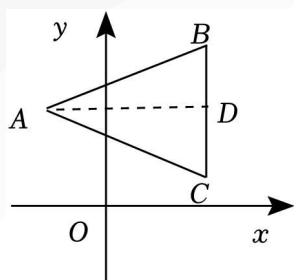


2024年八年级12月月考压轴复习宝典

1、23年星湾12月月考第8题

如图,在平面直角坐标系中,已知 $\triangle ABC$, $AB=AC=13$,点 B, C 的坐标分别是 $(8,12), (8,2)$,则点 A 的坐标是 ()



- A. $(3,6)$ B. $(-4,5)$ C. $(-4,6)$ D. $(-4,7)$

答案 D

解析 解:过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D ,

$$\because B(8,12), C(8,2),$$

$$\therefore BC=10,$$

$$\because AB=AC=13,$$

$$\therefore BD=CD=\frac{1}{2}BC=5,$$

$$\therefore AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\sqrt{13^2-5^2}=12.$$

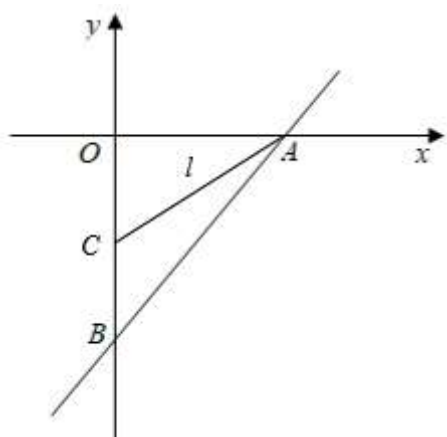
$$\because 8-12=-4, 12-5=7,$$

$$\therefore A(-4,7).$$

故选: D.

2、23年星湾12月月考第9题

如图,一次函数 $y=\frac{4}{3}x-4$ 的图象与 x 轴, y 轴分别交于点 A ,点 B ,过点 A 作直线 l 将 $\triangle ABO$ 分成周长相等的两部分,则直线 l 的函数表达式为 ()



- A. $y=2x-6$ B. $y=2x-3$ C. $y=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$ D. $y=x-3$

答案 D

解析 解:如图,直线 AC 把 $\triangle ABO$ 分成周长相等的两部分,则 $AO+OC=AB+BC$,

$$\text{当 } x=0 \text{ 时, } y=\frac{4}{3}x-4=-4, \text{ 则 } B(0,-4),$$

$$\therefore OB=4,$$

当 $y=0$ 时, $\frac{4}{3}x-4=0$, 解得 $x=3$, 则 $A(3,0)$,

$$\therefore OA=3,$$

$$\therefore AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=5,$$

$$\because AO+OC=AB+BC,$$

$$\therefore 3+OC=5+4-OC, \text{解得 } OC=3,$$

$$\therefore C(0,-3),$$

设直线 AC 的解析式为 $y=kx+b$,

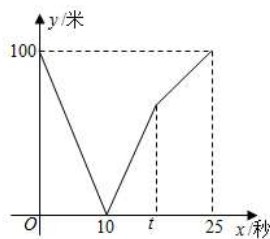
把 $A(3,0)$, $C(0,-3)$ 代入得 $\begin{cases} 3k+b=0 \\ b=-3 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k=1 \\ b=-3 \end{cases}$,

\therefore 直线 AC 的解析式为 $y=x-3$.

故选: D .

3、23年星湾12月月考第10题

为落实“五育并举”,某校利用课后延时服务时间进行趣味运动,甲同学从跑道 A 处匀速跑往 B 处,乙同学从 B 处匀速跑往 A 处,两人同时出发,到达各自终点后立即停止运动. 设甲同学跑步的时间为 x (秒),甲、乙两人之间的距离为 y (米), y 与 x 之间的函数关系如图所示,则图中 t 的值是 ()



A. $\frac{50}{3}$

B. 18

C. $\frac{55}{3}$

D. 20

答案 A

解析 解: 由图象可得,

甲的速度为 $100 \div 25 = 4$ (米/秒),

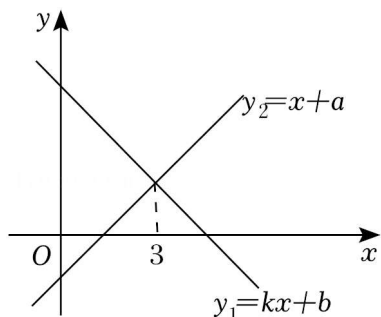
乙的速度为: $100 \div 10 - 4 = 10 - 4 = 6$ (米/秒),

$$\text{则 } t = \frac{100}{6} = \frac{50}{3},$$

故选: A .

4、23年星湾12月月考第16题

一次函数 $y_1=kx+b$ 与 $y_2=x+a$ 的图象如图所示,则关于 x 的不等式 $(k-1)x-a+b \leq 0$ 的解集为 $x \geq 3$.



答案 $x \geq 3$

解析 解:由图象可得,

当 $x=3$ 时, $kx+b=x+a$, 当 $x \geq 3$ 时, $y_1=kx+b$ 的图象在 $y_2=x+a$ 的图象的下方,

$\therefore kx+b \leq x+a$ 的解集是 $x \geq 3$,

即不等式 $(k-1)x-a+b \leq 0$ 的解集是 $x \geq 3$,

故答案为: $x \geq 3$.

5、23年星湾12月月考第17题

一次函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 的图象经过点 $A(0,4)$ 且与两坐标轴围成的三角形的面积为4,则这个一次函数的表达式为 $y=-2x+4$ 或 $y=2x+4$.

答案 $y=-2x+4$ 或 $y=2x+4$

解析 解:一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过点 $A(0,4)$,

$$\therefore b=4,$$

设与 x 轴交于点 B , 设 $B(a,0)$

又 \because 三角形的面积为2,

$$\therefore \frac{1}{2} \times |a| \times b = 4,$$

$$\therefore a = \pm 2,$$

$\therefore B$ 的坐标是: $(2,0)$ 或 $(-2,0)$,

$$\therefore 2k+4=0 \text{ 或 } -2k+4=0,$$

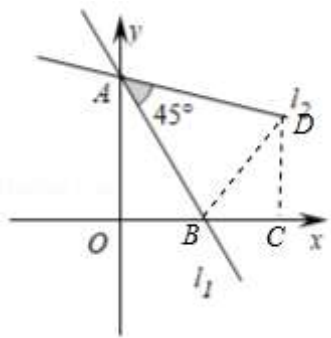
$$\therefore k=-2 \text{ 或 } 2,$$

\therefore 这个一次函数的表达式为 $y=-2x+4$ 或 $y=2x+4$.

故答案为 $y=-2x+4$ 或 $y=2x+4$.

6、23年星湾12月月考第18题

已知直线 $l_1: y=-2x+2$ 与 y 轴交于点 A , 直线 l_2 经过点 A , l_1 与 l_2 在 A 点相交所形成的夹角为 45° (如图所示), 则直线 l_2 的函数表达式为 $y=-\frac{1}{3}x+2$.



答案 $y=-\frac{1}{3}x+2$

解析 解:如图,直线 $l_1: y=-2x+2$ 与 y 轴交于点 $A(0,2)$, 交 x 轴于 $B(1,0)$.

作 $BD \perp AB$ 交直线 l_2 于 D , 作 $DC \perp x$ 轴于 D

$$\therefore \angle DAB = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle ABD$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore BD = AB,$$

$$\therefore \angle DCB = \angle ABD = \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DBC + \angle CDB = 90^\circ, \angle DBC + \angle ABO = 90^\circ,$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle CDB &= \angle ABO, \\ \therefore \triangle DCB &\cong \triangle BOA (AAS), \\ \therefore DC &= OB = 1, BC = AO = 2, \\ \therefore D &(3, 1),\end{aligned}$$

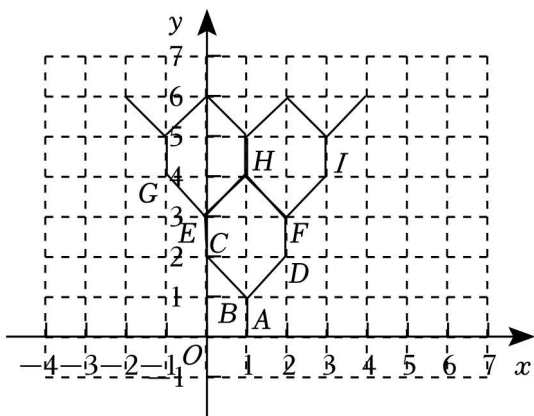
设直线 l_2 的解析式为 $y = kx + b$, 则 $\begin{cases} b = 2 \\ 3k + b = 1 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} b = 2 \\ k = -\frac{1}{3} \end{cases}$,

$$\therefore \text{直线 } l_2 \text{ 的函数表达式为 } y = -\frac{1}{3}x + 2$$

故答案为: $y = -\frac{1}{3}x + 2$

7、23年西附12月月考第8题

如图,在平面直角坐标系中,动点 A 从 $(1,0)$ 出发,向上运动1个单位长度到达点 $B(1,1)$,分裂为两个点,分别向左、右运动到点 $C(0,2)$, $D(2,2)$,此时称动点 A 完成第一次跳跃;再分别从 C, D 点出发,每个点重复上面的运动,到达点 $G(-1,4)$, $H(1,4)$, $I(3,4)$,此时称动点 A 完成第二次跳跃;依此规律跳跃下去,动点 A 完成第2023次跳跃时,最右边一个点的坐标是 ()



- A. $(2023, 4046)$ B. $(2023, 2^{2023})$ C. $(2024, 4046)$ D. $(2024, 2^{2023})$

答案 C

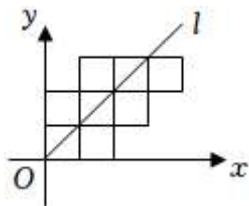
解析 解:由题意可得:每完成一次跳跃,到达点的纵坐标增加2,到达点的横坐标增加1,

则动点 A 完成第2023次跳跃时,所有到达点的纵坐标为 $2023 \times 2 = 4046$,横坐标为: $2023 + 1 = 2024$,则最右边第一个点的坐标是 $(2024, 4046)$.

故选: C.

8、23年西附12月月考第9题

把8个边长为1的正方形按如图所示摆放在直角坐标系中,经过原点 O 的直线 l 将这8个正方形分成面积相等的两部分,则该直线的函数表达式是 ()



- A. $y = \frac{9}{10}x$ B. $y = \frac{10}{9}x$ C. $y = x$ D. $y = 2x$

答案 A

解析 解:如图,过 A 作 $AB \perp OB$ 于 B , 易知 $OB=3$,

\therefore 经过原点的一条直线 l 将这八个正方形分成面积相等的两部分,

$\therefore S_{\triangle AOB} = 4 + 1 = 5$, 而 $OB = 3$,

$\therefore \frac{1}{2} AB \cdot 3 = 5$, $AB = \frac{10}{3}$,

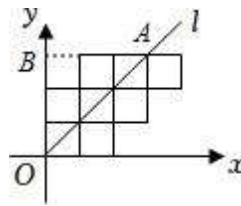
$\therefore A$ 点坐标为 $(\frac{10}{3}, 3)$,

设直线方程为 $y = kx$, 则 $3 = \frac{10}{3}k$,

$\therefore k = \frac{9}{10}$,

\therefore 直线 l 解析式为 $y = \frac{9}{10}x$.

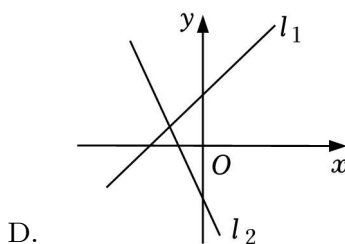
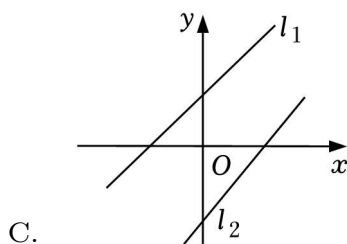
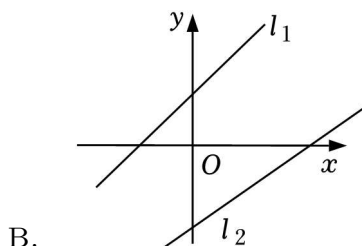
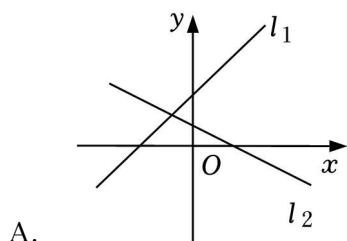
故选: A.



9、23年西附12月月考第10题

直线 $l_1: y = kx - b$ 和 $l_2: y = -2kx + b$ 在同一直角坐标系中的图象可能是

()



答案 D

解析 解: A、直线 $l_1: y = kx - b$ 中 $k > 0$, $b < 0$, $l_2: y = -2kx + b$ 中 $k > 0$, $b > 0$, b 的取值相矛盾, 故本选项不符合题意;

B、直线 $l_1: y = kx - b$ 中 $k > 0$, $b < 0$, $l_2: y = -2kx + b$ 中 $k < 0$, $b < 0$, k 的取值相矛盾, 故本选项不符合题意;

C、直线 $l_1: y = kx - b$ 中 $k > 0$, $b < 0$, $l_2: y = -2kx + b$ 中 $k < 0$, $b < 0$, k 的取值相矛盾, 故本选项不符合题意;

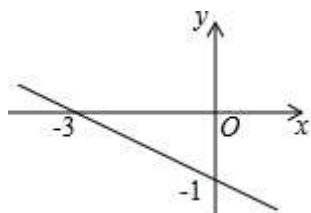
D、直线 $l_1: y = kx - b$ 中 $k > 0$, $b < 0$, $l_2: y = -2kx + b$ 中 $k > 0$, $b < 0$, k 、 b 的取值一致, 故本选项符合题意;

故选: D.

10、23年立达12月月考第8题

一次函数 $y = kx + b$ 的图象如图所示, 当 $y < -1$ 时, x 的取值范围是

()



A. $x < -3$

B. $x > -3$

C. $x < 0$

D. $x > 0$

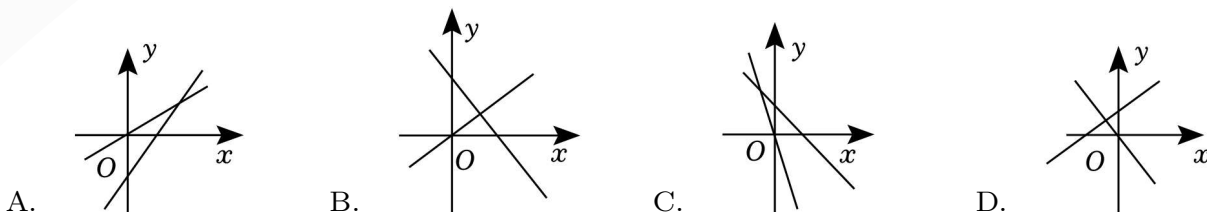
答案 D

解析 解:根据图象和数据可知,当 $y < -1$ 即图象在 y 轴右方, $x > 0$.

故选: D.

11、23 年立达 12 月月考第 9 题

在同一平面直角坐标系中,一次函数 $y = kx - b$ 与正比例函数 $y = -\frac{b}{k}x$ (k, b 为常数,且 $kb \neq 0$) 的图象可能是 ()



答案 C

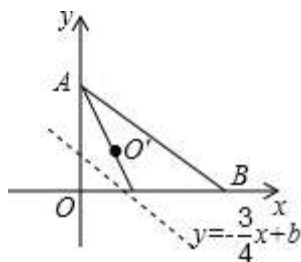
解析 解:根据一次函数的图象分析可得:

- A. 由一次函数 $y = kx + b$ 图象可知 $k < 0, b > 0, -\frac{b}{k} > 0$; 正比例函数 $y = -\frac{b}{k}x$ 的图象可知 $-\frac{b}{k} < 0$, 故此选项不符合题意;
- B. 由一次函数 $y = kx + b$ 图象可知 $k > 0, b > 0$; 即 $-\frac{b}{k} < 0$, 与正比例函数 $y = -\frac{b}{k}x$ 的图象可知 $-\frac{b}{k} > 0$, 故此选项不符合题意;
- C. 由一次函数 $y = kx + b$ 图象可知 $k < 0, b < 0$; 即 $-\frac{b}{k} < 0$, 与正比例函数 $y = -\frac{b}{k}x$ 的图象可知 $-\frac{b}{k} < 0$, 故此选项符合题意;
- D. 由一次函数 $y = kx + b$ 图象可知 $k > 0, b < 0$; 即 $-\frac{b}{k} > 0$, 与正比例函数 $y = -\frac{b}{k}x$ 的图象可知 $-\frac{b}{k} < 0$, 故此选项不符合题意;

故选: C.

12、23 年立达 12 月月考第 10 题

如图,在平面直角坐标系中,已知点 A 坐标 $(0,3)$,点 B 坐标 $(4,0)$,将点 O 沿直线 $y = -\frac{3}{4}x + b$ 对折,点 O 恰好落在 $\angle OAB$ 的平分线上的 O' 处,则 b 的值为 ()



A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{6}{5}$

C. $\frac{9}{8}$

D. $\frac{15}{16}$

答案 D

解析 解:如图,设 AE 是 $\triangle AOB$ 的角平分线,过点 E 作 $EH \perp AB$ 于 H ,过点 O 作 $OT \perp AB$ 于 T ,交直线 $y = -\frac{3}{4}x + b$ 于 J .

$$\because A(0,3), B(4,0), OA = 3, OB = 4,$$

$$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5, \text{ 直线 } AB \text{ 的解析式为 } y = -\frac{3}{4}x + 3,$$

$\because AE$ 平分 $\angle OAB$, $EO \perp OA$, $EH \perp AB$,

$\therefore OE = EH$, 设 $OE = EH = a$, 则 $BE = 4 - a$, $OA = AH = 3$, $BH = 2$,

在 $Rt\triangle BHE$ 中, 则有 $a^2 + 2^2 = (4 - a)^2 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$,

$\therefore E(\frac{3}{2}, 0)$,

\therefore 直线 AE 的解析式为 $y = -2x + 3$,

\therefore 将点 O 沿直线 $y = -\frac{3}{4}x + b$ 对折, 点 O 恰好落在 $\angle OAB$ 的平分线上的 O' 处,

\therefore 这条直线平行 AB , 点 O' 在直线 OT 上,

\therefore 直线 OT 的解析式为 $t = \frac{4}{3}x$,

$$\text{由 } \begin{cases} y = -2x + 3 \\ y = \frac{4}{3}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{10} \\ y = \frac{6}{5} \end{cases},$$

$\therefore O'(\frac{9}{10}, \frac{6}{5})$,

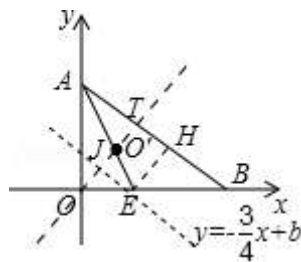
$\therefore OJ = JO'$,

$\therefore J(\frac{9}{20}, \frac{3}{5})$,

则有 $\frac{3}{5} = -\frac{3}{4} \times \frac{9}{20} + b$,

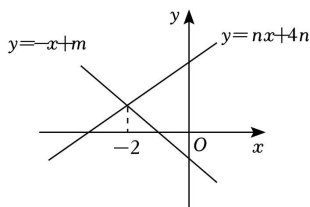
解得 $b = \frac{15}{16}$.

故选: D.



13、23 年立达 12 月月考第 16 题

如图, 直线 $y = -x + m$ 与 $y = nx + 4n$ ($n \neq 0$) 的交点的横坐标为 -2 , 则关于 x 的不等式 $-x + m > nx + 4n > 0$ 的整数解是 -3 .



答案 -3

解析 解: \because 直线 $y = -x + m$ 与 $y = nx + 4n$ 的交点的横坐标为 -2 ,

\therefore 关于 x 的不等式 $-x + m > nx + 4n > 0$ 的解集为 $-4 < x < -2$,

\therefore 整数解可能是 -3 .

故答案为: -3 .

14、23 年立达 12 月月考第 17 题

如图 1, 点 P 从 $\triangle ABC$ 的顶点 B 出发, 沿 $B \rightarrow C \rightarrow A$ 匀速运动到点 A , 图 2 是点 P 运动时, 线段 BP 的长度 y 随时间 x 变化的关系图象, 其中 M 是曲线部分的最低点, 则 $\triangle ABC$ 的面积是 84 .

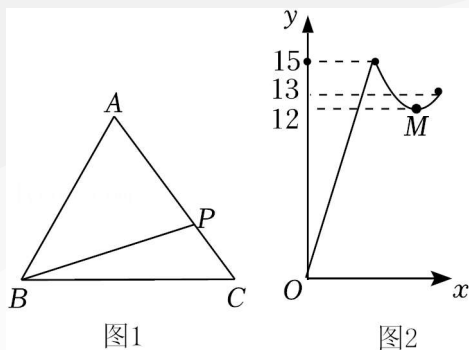


图1

图2

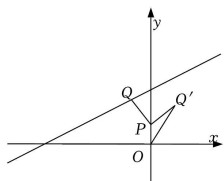
答案 84

解析 解:由图象分析可得:当点 P 在 BC 上运动时, BP 不断增大,到达 C 点时, BP 达到最大值,此时 $BP = BC = 15$;当 P 在 CA 上运动时, BP 先减小再增大,在此过程中, $BP \perp AC$ 时,此位置记为 P' , BP 有最小值为 $BP' = 12$,由勾股定理可得 $CP' = 9$, P 点到达 C 点时,可得 $BA = 13$,由勾股定理可得 $AP' = 5$,
 $\therefore AC = AP' + CP' = 5 + 9 = 14$,
 $\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 14 \times 12 = 84$.

故答案为 84.

15、23 年立达 12 月月考第 18 题

如图,在平面直角坐标系中, Q 是直线 $y = \frac{1}{2}x + 3$ 上的一个动点,将 Q 绕点 $P(0, 1)$ 顺时针旋转 90° ,得到点 Q' ,连接 OQ' ,则 OQ' 的最小值为 $\sqrt{5}$.



(第 18 题图)

答案 $\sqrt{5}$

解析 解:过点 Q 作 $QM \perp y$ 轴于点 M , $Q'N \perp y$ 轴于 N ,

$$\begin{aligned} \because \angle PMQ = \angle PNQ' = \angle QPQ' &= 90^\circ, \\ \therefore \angle QPM + \angle NPQ' &= \angle PQ'N + \angle NPQ', \\ \therefore \angle QPM &= \angle PQ'N \end{aligned}$$

在 $\triangle PQM$ 和 $\triangle Q'PN$ 中,

$$\begin{cases} \angle QPM = \angle PQ'N \\ \angle PMQ = \angle PNQ' = 90^\circ, \\ PQ = PQ' \end{cases}$$

$$\therefore \triangle PQM \cong \triangle Q'PN (AAS),$$

$$\therefore PN = QM, Q'N = PM,$$

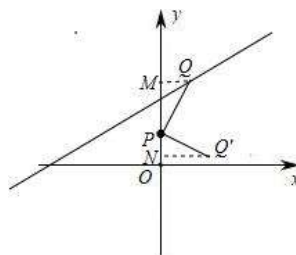
$$\text{设 } Q(m, \frac{1}{2}m + 3),$$

$$\therefore PM = \frac{1}{2}m + 3 - 1 = \frac{1}{2}m + 2, QM = m,$$

$$\therefore PN = m, Q'N = \frac{1}{2}m + 2,$$

$$\therefore Q'(\frac{1}{2}m + 2, 1 - m),$$

$$\therefore OQ'^2 = (\frac{1}{2}m + 2)^2 + (1 - m)^2 = \frac{5}{4}m^2 + 5,$$



当 $m=0$ 时, OQ'^2 有最小值为 5,

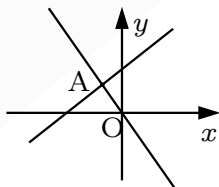
$\therefore OQ'$ 的最小值为 $\sqrt{5}$,

故答案为: $\sqrt{5}$.

16、23 年景范 12 月月考第 7 题

如图, 函数 $y_1 = -2x$ 与 $y_2 = ax + 3$ 的图象相交于点 $A(m, 2)$, 则关于 x 的不等式 $-2x > ax + 3$ 的解集是

()



第7题图

A. $x > 2$

B. $x < 2$

C. $x > -1$

D. $x < -1$

答案 D

解析 解: \because 函数 $y_1 = -2x$ 与 $y_2 = ax + 3$ 的图象相交于点 $A(m, 2)$,

$\therefore 2 = -2m$, 解得: $m = -1$,

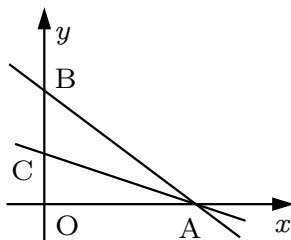
\therefore 关于 x 的不等式 $-2x > ax + 3$ 的解集是: $x < -1$.

故选: D

17、23 年景范 12 月月考第 8 题

如图函数 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 的图像分别与 x 轴、 y 轴交于点 A 、 B , $\angle BAO$ 的平分线 AC 与 y 轴交于点 C , 则点 C 的纵坐标为

()



第8题图

A. $\frac{5}{3}$

B. $\frac{4}{3}$

C. 2

D. $\frac{3}{2}$

答案 $\frac{4}{3}$

解析 解: 如图, 过点 C 作 $CF \perp BA$,

$\because y = -\frac{3}{4}x + 3$ 的图象分别与 x 轴、 y 轴交于点 A 、 B ,

\therefore 点 A 坐标为 $(4, 0)$,

点 B 坐标为 $(0, 3)$,

$\therefore AO = 4, BO = 3$,

在 $Rt\triangle ABO$ 中, $AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = 5$,

$\because AC$ 平分 $\angle BAO$,

$\therefore \angle FAC = \angle OAC$, 且 $AC = AC, \angle CFA = \angle COA = 90^\circ$,

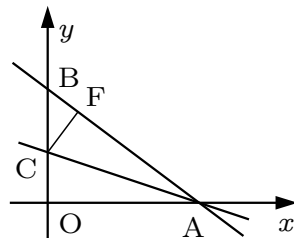
$$\begin{aligned}\therefore \triangle ACF &\cong \triangle ACO \text{ (AAS)} \\ \therefore CO &= CF, AO = AF = 4 \\ \therefore BF &= 1,\end{aligned}$$

在 $Rt\triangle BCF$ 中, $BC^2 = BF^2 + CF^2$,

$$\therefore (3 - CO)^2 = 1 + CO^2,$$

$$\therefore CO = \frac{4}{3}$$

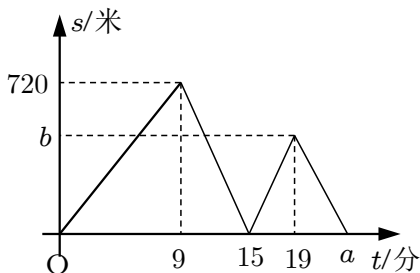
故选: B



第8题图

18、23年景范12月月考第16题

甲、乙二人从学校出发去科技馆,甲步行一段时间后,乙骑自行车沿相同路线行进,两人均匀速前行,他们的路程差 s (米) 与甲出发时间 t (分) 之间的函数关系如图所示. 下列说法: ①乙先到达青少年宫; ②乙的速度是甲速度的2.5倍; ③ $b = 480$; ④ $a = 24$. 其中正确的是_____. (填序号)



第16题图

答案 ①②③

解析 解: 由图象得出甲步行 720 米, 需要 9 分钟, 所以甲的运动速度为: $720 \div 9 = 80$ (米/分),

当第 15 分钟时, 乙运动 $15 - 9 = 6$ (分钟), 运动距离为: $15 \times 80 = 1200$ (米),

\therefore 乙的运动速度为: $1200 \div 6 = 200$ (米/分),

$\therefore 200 \div 80 = 2.5$, (故②正确);

当第 19 分钟以后两人之间距离越来越近, 说明乙已经到达终点, 则乙先到达科技馆, (故①正确);

此时乙运动 $19 - 9 = 10$ (分钟), 运动总距离为: $10 \times 200 = 2000$ (米),

\therefore 甲运动时间为: $2000 \div 80 = 25$ (分钟), 故 a 的值为 25, (故④错误);

\therefore 甲 19 分钟运动距离为: $19 \times 80 = 1520$ (米),

$\therefore b = 2000 - 1520 = 480$, (故③正确).

故答案为: ①②③.

19、23年景范12月月考第17题

已知点 $A(1, 5)$, $B(3, -1)$, 点 M 在 x 轴上, 当 $AM - BM$ 最大时, 点 M 的坐标为_____.

答案 $(\frac{7}{2}, 0)$

解析 解: 如图, 作点 B 关于 x 轴的对称点 B' , 连接 AB' 并延长与 x 轴的交点, 即为所求的 M 点.

此时 $AM - BM = AM - B'M = AB'$.

不妨在 x 轴上任取一个另一点 M' , 连接 $M'A$ 、 $M'B$ 、 $M'B'$.

则 $M'A - M'B = M'A - M'B' < AB'$ (三角形两边之差小于第三边).

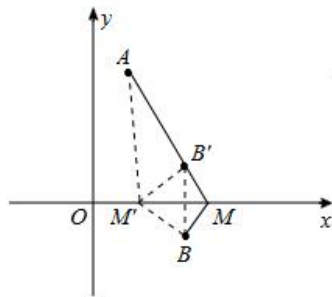
$\therefore M'A - M'B < AM - BM$, 即此时 $AM - BM$ 最大.

$\therefore B'$ 是 $B(3, -1)$ 关于 x 轴的对称点, $\therefore B'(3, 1)$.

设直线 AB' 解析式为 $y = kx + b$, 把 $A(1, 5)$ 和 $B'(3, 1)$

$$\text{代入得: } \begin{cases} k + b = 5 \\ 3k + b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -2 \\ b = 7 \end{cases}$$

\therefore 直线 AB' 解析式为 $y = -2x + 7$.



令 $y=0$, 解得 $x=\frac{7}{2}$,

$\therefore M$ 点坐标为 $(\frac{7}{2}, 0)$

故答案为: $(\frac{7}{2}, 0)$.

20、23 年景范 12 月月考第 18 题

已知一次函数 $y_1=kx+2$ (k 为常数, $k \neq 0$) 和 $y_2=x-3$. 当 $x>-1$ 时, 对于 x 的每一个值, 都有 $y_1>y_2$, 则 k 的取值范围是 _____.

答案 $1 \leq k \leq 6$.

解析 由题知: $y_1>y_2$, 对与 $x>-1$ 的每一个值都成立

当 $x=-1$ 时, $y_2=-1-3=-4$, $y_1=-k+2$,

$y_1=y_2 \Rightarrow k=6$

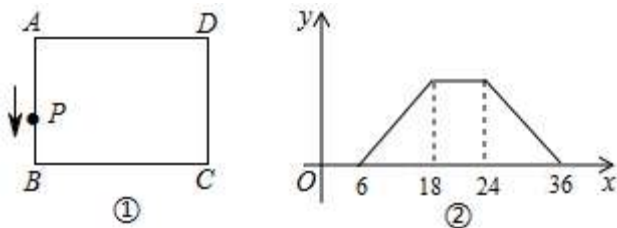
由图像知 $y_1=kx+2$ 恒过点 $(0, 2)$, 当 $k=1$ 时, y_1 与 y_2 平行

故 k 的取值范围是 $1 \leq k \leq 6$

故答案为: $1 \leq k \leq 6$.

21、23 年草桥 12 月月考第 8 题

如图①, 在矩形 $ABCD$ 中, 动点 P 从 A 出发, 以恒定的速度, 沿 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ 方向运动到点 A 处停止. 设点 P 运动的路程为 x . $\triangle PAB$ 面积为 y , 若 y 与 x 的函数图象如图②所示, 则矩形 $ABCD$ 的面积为 ()



A. 36

B. 54

C. 72

D. 81

答案 C

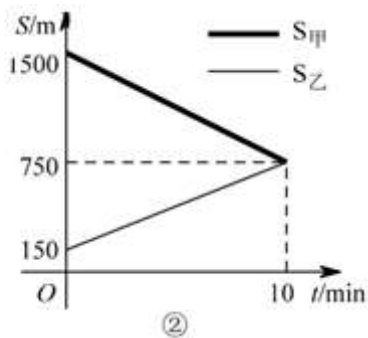
解析 解: 由题意及图②可知: $AB=6$, $BC=18-6=12$,

\therefore 矩形 $ABCD$ 的面积为 $6 \times 12 = 72$.

故选: C.

22、23 年草桥 12 月月考第 9 题

如图①, 公路上有 A 、 B 、 C 三家商店, 甲、乙两人分别从 A 、 C 两家商店同时沿公路按如图所示的方向向右匀速步行. 设出发 $t(\text{min})$ 后, 甲距离 B 商店为 $S_{\text{甲}}(m)$, 乙距离 B 商店为 $S_{\text{乙}}(m)$. 当 $0 \leq t \leq 10$ 时, 已知 $S_{\text{甲}}$ 、 $S_{\text{乙}}$ 关于 t 的函数图象在同一平面直角坐标系中如图②所示, 根据图中所给信息下列描述正确的是 ()



A. 乙的速度为 $75m/\text{min}$

B. A 、 C 两商店相距 $1350m$

C. 当甲到达 B 商店时, 甲、乙两人相距 $1650m$

D. 当 $t=10\text{min}$ 时, 甲、乙两人相距 $1500m$

答案 D

解析 解:甲的速度为: $(1500 - 750) \div 10 = 75$, 乙的速度为: $(750 - 150) \div 10 = 60$, 故: A 错误

$t = 0$ 时, $S_{\text{甲}} = 1500$, $S_{\text{乙}} = 150$, 故 A、C 的距离为 $1500 + 150 = 1650$, 故: B 错误;

甲到达 B 商店用的时间为: $1500 \div 75 = 20$, 则此时乙距离点 B 为: $150 + 20 \times 60 = 1350$, 故 C 错误;

$t = 10$ 时, 甲乙均距离点 B 750m, 故 D 正确;

故选: D.

23、23 年草桥 12 月月考第 16 题

某公司新产品上市 30 天全部售完, 图 1 表示产品的市场日销售量与上市时间之间的关系, 图 2 表示单件产品的销售利润与上市时间之间的关系, 则最大日销售利润是 1800 元.

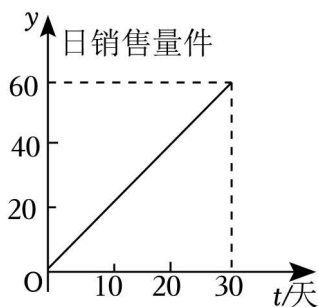


图1

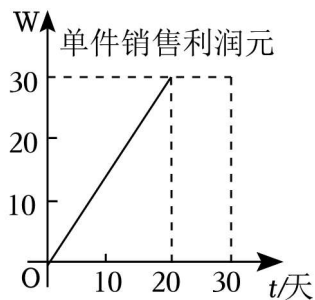


图2

答案 1800

解析 解:解法一: 设日销售量 y 与上市时间 t 之间的函数关系式为 $y = kt$,

$30k = 60$, 得 $k = 2$, 即日销售量 y 与上市时间 t 之间的函数关系式为 $y = 2t$,

当 $0 < t \leq 20$ 时, 设单件的利润 w 与 t 之间的函数关系式为 $w = at$, $20a = 30$, 得 $a = 1.5$,

即当 $0 < t \leq 20$ 时, 单件的利润 w 与 t 之间的函数关系式为 $w = 1.5t$,

当 $20 < t \leq 30$ 时, 单件的利润 w 与 t 之间的函数关系式为 $w = 30$,

设日销售利润为 W 元,

当 $0 < t \leq 20$ 时, $W = 1.5t \times 2t = 3t^2$,

故当 $t = 20$ 时, W 取得最大值, 此时 $W = 1200$,

当 $20 < t \leq 30$ 时, $W = 30 \times 2t = 60t$,

故当 $t = 30$ 时, W 取得最大值, 此时 $W = 1800$, 综上所述, 最大日销售利润为 1800 元,

故答案为: 1800.

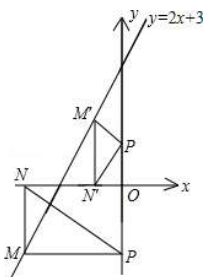
解法二: 由图 1 可知, 日销售量随天数的增加而增加, 由图 2 可知, w 在 20—30 天时, 单价利润都为 30 元,

\therefore 最大日销售利润是第 30 天, 该天的利润为: $60 \times 30 = 1800$ (元),

故答案为: 1800.

24、23 年草桥 12 月月考第 17 题

如图, 点 M 是直线 $y = 2x + 3$ 上的动点, 过点 M 作 MN 垂直于 x 轴于点 N , y 轴上是否存在点 P , 使 $\triangle MNP$ 为等腰直角三角形, 请写出符合条件的点 P 的坐标 $(0, 0), (0, 1), (0, \frac{3}{4}), (0, -3)$.



答案 $(0, 0), (0, 1), (0, \frac{3}{4}), (0, -3)$.

解析 解: 当 M 运动到 $(-1, 1)$ 时, $ON=1$, $MN=1$,

$\because MN \perp x$ 轴, 所以由 $ON=MN$ 可知, $(0, 0)$ 和 $(0, 1)$ 就是符合条件的两个 P 点;

又 \because 当 M 运动到第三象限时, 要 $MN=MP$, 且 $PM \perp MN$,

设点 $M(x, 2x+3)$, 则有 $-x = -(2x+3) \Rightarrow x = -3$, 所以点 P 坐标为 $(0, -3)$.

如若 MN 为斜边时, 则 $\angle ONP = 45^\circ$, 所以 $ON=OP$, 设点 $M(x, 2x+3)$,

则有 $-x = -\frac{1}{2}(2x+3)$, 化简得 $-2x = -2x-3$,

这方程无解, 所以这时不存在符合条件的 P 点;

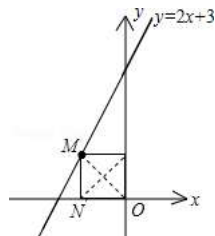
又 \because 当点 M' 在第二象限, $M'N'$ 为斜边时, 这时 $N'P=M'P$, $\angle M'N'P = 45^\circ$,

设点 $M'(x, 2x+3)$, 则 $OP=ON'$, 而 $OP = \frac{1}{2}M'N'$, 有 $-x = \frac{1}{2}(2x+3)$,

解得 $x = -\frac{3}{4}$, 这时点 P 的坐标为 $(0, \frac{3}{4})$.

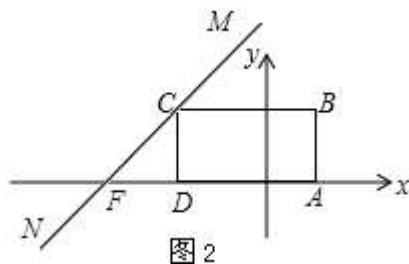
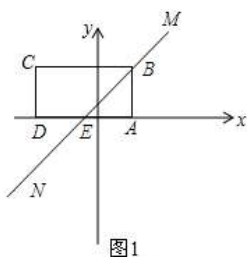
综上, 符合条件的点 P 坐标是 $(0, 0)$, $(0, \frac{3}{4})$, $(0, -3)$, $(0, 1)$.

故答案为: $(0, 0)$, $(0, 1)$, $(0, \frac{3}{4})$, $(0, -3)$.



25、23 年草桥 12 月月考第 18 题

如图, 将矩形 $ABCD$ 置于平面直角坐标系中, 其中 AD 边在 x 轴上, $AB=2$, 直线 $MN: y=x-4$ 沿 x 轴的负方向以每秒 1 个单位的长度平移, 设在平移过程中该直线被矩形 $ABCD$ 的边截得的线段长度为 m , 平移时间为 t , m 与 t 的函数图象如图 2 所示. 有下列说法: ①点 A 的坐标为 $(1, 2)$ ②矩形 $ABCD$ 的面积为 8 ③ $a = \sqrt{8}$ ④ $b = 9$ 其中正确的有 ②③④.



答案 ②③④

解析 解: 令直线 $y=x-4$ 的 $y=0$ 得: $x-4=0$, 解得: $x=4$,

\therefore 点 M 的坐标为 $(4, 0)$.

由函数图象可知: 当 $t=3$ 时, 直线 MN 经过点 A ,

\therefore 点 A 的坐标为 $(1, 0)$

沿 x 轴的负方向平移 3 个单位后与矩形 $ABCD$ 相交于点 A ,

$\because y=x-4$ 沿 x 轴的负方向平移 3 个单位后直线的解析式是: $y=x+3-4=x-1$,

\therefore 点 A 的坐标为 $(1, 0)$, 故①错误;

由函数图象可知: 当 $t=7$ 时, 直线 MN 经过点 D ,

\therefore 点 D 的坐标为 $(-3, 0)$.

$\therefore AD=4$.

\therefore 矩形 $ABCD$ 的面积 $= AB \cdot AD = 4 \times 2 = 8$, 故②正确.

如图 1 所示: 当直线 MN 经过点 B 时, 直线 MN 交 DA 于点 E .

\because 点 A 的坐标为 $(1, 0)$,

\therefore 点 B 的坐标为 $(1, 2)$

设直线 MN 的解析式为 $y=x+c$, 将点 B 的坐标代入得: $1+c=2$.

$\therefore c=1$.

\therefore 直线 MN 的解析式为 $y=x+1$.

将 $y=0$ 代入得: $x+1=0$, 解得 $x=-1$,

∴ 点 E 的坐标为 $(-1, 0)$.

$$\therefore BE = \sqrt{AE^2 + AB^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}.$$

∴ $a = 2\sqrt{2}$, 故③正确;

如图 2 所示, 当直线 MN 经过点 C 时, 直线 MN 交 x 轴于点 F .

∵ 点 D 的坐标为 $(-3, 0)$,

∴ 点 C 的坐标为 $(-3, 2)$.

设 MN 的解析式为 $y = x + d$, 将 $(-3, 2)$ 代入得: $-3 + d = 2$, 解得 $d = 5$.

∴ 直线 MN 的解析式为 $y = x + 5$.

将 $y = 0$ 代入得 $x + 5 = 0$, 解得 $x = -5$.

∴ 点 F 的坐标为 $(-5, 0)$.

∴ $b = 4 - (-5) = 9$, 故④正确.

故答案为: ②③④.

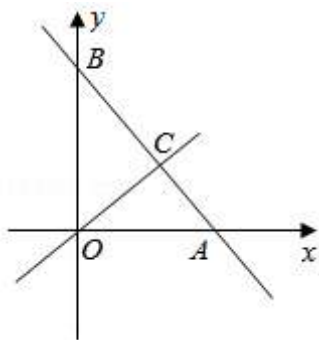
26、23 年星湾 12 月月考第 22 题

如图, 已知一次函数 $y = -\frac{5}{4}x + 8$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别相交于点 A 、 B , 与一次函数 $y = \frac{3}{4}x$ 的图象相交于点 C .

(1) 求点 C 坐标.

(2) 若点 Q 在直线 AB 上, 且 $\triangle OCQ$ 的面积等于 12, 请求出点 Q 的坐标.

(3) 小明在探究中发现: 若 P 为 x 轴上一动点, 将线段 PC 绕点 P 按顺时针方向旋转 90° 得线段 PC' , 在点 P 的运动过程中, 点 C' 始终在某一直线上运动. 请直接写出该直线所对应的函数关系式: $y = x - 7$.



答案 (1) $(4, 3)$

(2) Q 点的坐标为 $(1, \frac{27}{4})$ 或 $(7, -\frac{3}{4})$

(3) $y = x - 7$

解析 解: (1) 由方程组 $\begin{cases} y = -\frac{5}{4}x + 8 \\ y = \frac{3}{4}x \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$,

∴ 点 C 的坐标为 $(4, 3)$;

(2) ∵ 一次函数 $y = -\frac{5}{4}x + 8$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别相交于点 A 、 B ,

∴ $A(\frac{32}{5}, 0)$, $B(0, 8)$,

∵ 点 Q 在直线 AB 上,

∴ 设 $Q(x, -\frac{5}{4}x + 8)$,

当 Q 点在 C 的上方时, $S_{\triangle OCQ} = S_{\triangle OBC} - S_{\triangle OBQ} = 12$,

$$\therefore \frac{1}{2} \times 8 \times 4 - \frac{1}{2} \times 8 \cdot x = 12, \text{解得, } x = 1,$$

\therefore 此时 Q 的坐标为 $(1, \frac{27}{4})$;

当 Q 点在 C 的下方时, $S_{\triangle OCQ} = S_{\triangle OAC} + S_{\triangle OAQ} = 12$,

$$\therefore \frac{1}{2} \times \frac{32}{5} \times 3 + \frac{1}{2} \times \frac{32}{5} (\frac{5}{4}x - 8) = 12, \text{解得, } x = 7,$$

\therefore 此时 Q 的坐标为 $(7, -\frac{3}{4})$,

故 Q 点的坐标为 $(1, \frac{27}{4})$ 或 $(7, -\frac{3}{4})$;

(3) 设 P 的坐标为 $(m, 0)$, 作 $CM \perp x$ 轴于 M , $C'N \perp x$ 轴于 N ,

$\therefore C(4, 3)$,

$\therefore OM = 4, CM = 3$,

$\therefore PM = 4 - m$,

$\therefore \angle CPM + \angle C'PN = 90^\circ = \angle CPM + \angle PCM$,

$\therefore \angle C'PN = \angle PCM$,

在 $\triangle PCM$ 和 $\triangle C'PN$ 中,

$$\begin{cases} \angle PMC = \angle C'NP \\ \angle C'PN = \angle PCM, \\ PC = PC' \end{cases}$$

$\therefore \triangle PCM \cong \triangle C'PN (AAS)$,

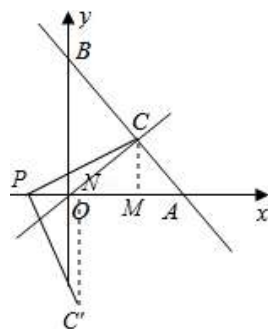
$\therefore PN = CM = 3, C'N = PM = |4 - m|$,

$\therefore ON = |3 + m|$,

$\therefore C'(|3 + m|, |m - 4|)$,

\therefore 点 C' 始终在直线 $y = x - 7$ 运动,

故答案为 $y = x - 7$.



27、23 年星湾 12 月月考第 23 题

某技工培训中心有钳工 20 名、车工 30 名. 现将这 50 名技工派往 A, B 两地工作, 设派往 A 地 x 名钳工, 余下的技工全部派往 B 地, 两地技工的月工资情况如下表:

	钳工/(元/月)	车工/(元/月)
A 地	3600	3200
B 地	3200	2800

(1) 试写出这 50 名技工的月工资总额 y (元) 与 x (名) 之间的函数表达式, 并写出 x 的取值范围;

(2) 根据预算, 这 50 名技工的月工资总额不得超过 155000 元. 当派往 A 地多少名钳工时, 这些技工的月工资总额最大? 月工资总额最大为多少元?

答案 (1) $y = 400x + 148000 (0 \leq x \leq 20)$

(2) A 地 17 名钳工时, 月工资总额最大是 154800 元

解析 解: (1) 由题意可得, $y = 3600x + 3200(20 - x) + 2800 \times 30 = 400x + 148000$,

即这 50 名技工的月工资总额 y (元) 与 x (名) 之间的函数表达式是 $y = 400x + 148000 (0 \leq x \leq 20)$;

(2) \therefore 这 50 名技工的月工资总额不得超过 155000 元.

$$\therefore 400x + 148000 \leq 155000,$$

$$\text{解得 } x \leq 17\frac{1}{2},$$

$\therefore x$ 为整数,

$\therefore 0 \leq x \leq 17$ 且 x 为整数,

$$\therefore y = 400x + 148000,$$

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大,

\therefore 当 $x = 17$ 时, y 取得最大值, 此时 $y = 154800$,

即当派往 A 地 17 名钳工时, 这些技工的月工资总额最大, 月工资总额最大是 154800 元.

28、23 年星湾 12 月月考第 24 题

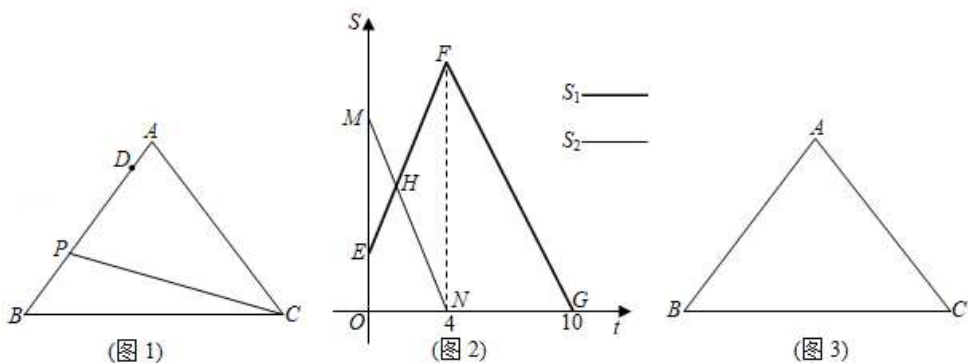
在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 P 为 $\triangle ABC$ 边上的动点, 速度为 1cm/s .

(1) 如图 1, 点 D 为 AB 边上一点, $AD = 1\text{cm}$, 动点 P 从点 D 出发, 在 $\triangle ABC$ 的边上沿 $D \rightarrow B \rightarrow C$ 的路径匀速运动, 当到达点 C 时停止运动. 设 $\triangle APC$ 的面积为 $S_1(\text{cm}^2)$, $\triangle BPC$ 的面积为 $S_2(\text{cm}^2)$, 点 P 运动的时间为 $t(\text{s})$. S_1, S_2 与 t 之间的函数关系如图 2 所示, 根据题意解答下列问题:

①在图 1 中, $AB = \underline{5}$ cm, $BC = \underline{6}$ cm;

②在图 2 中, 求 EF 和 MN 的交点 H 的坐标;

(2) 在 (1) 的条件下, 如图 3, 若点 P , 点 Q 同时从点 A 出发, 在 $\triangle ABC$ 的边上沿 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 的路径匀速运动, 点 Q 运动的速度为 0.5cm/s , 当点 P 到达点 C 时, 点 P 与点 Q 同时停止运动. 求 t 为何值时, $|BP - BQ|$ 最大? 最大值为多少?



答案 (1) ① 5, 6; ② $H(\frac{3}{2}, 6)$

(2) $t = 11$ 时, $|BP - BQ|$ 最大值为 5.5cm .

解析 解: (1) ①由图 2 可知, $BD = 4\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$,

$$\therefore AB = 5(\text{cm}),$$

故答案为: 5, 6;

②如图 1, 过点 A 作 $AT \perp BC$ 于 T ,

$$\because AB = AC, AT \perp BC,$$

$$\therefore BT = CT = 3(\text{cm}),$$

$$\therefore AT = \sqrt{AB^2 - BT^2} = \sqrt{25 - 9} = 4(\text{cm}),$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \times AT = 12(\text{cm}^2),$$

$$\therefore \text{当 } S_1 = S_2 \text{ 时, } S_1 = S_2 = 6,$$

此时点 P 是 AB 的中点,

$$\therefore AP = BP = \frac{5}{2}, PD = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \text{点 } H(\frac{3}{2}, 6);$$

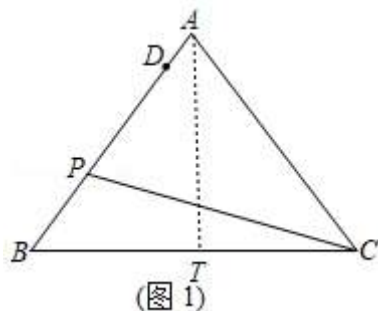
(2) ①当 $0 \leq t \leq 5$ 时, P, Q 均在 AB 上,

$$\therefore \text{当 } t = 5 \text{ 时, } |BP - BQ| \text{ 最大} = 2.5\text{cm},$$

②当 $5 < t \leq 10$ 时, P 在 BC 上, Q 在 AB 上,

$$\therefore |BP - BQ| = |t - 5 - (5 - 0.5t)| = |1.5t - 10|,$$

$$\therefore \text{当 } t = 10 \text{ 时, 最大} = 5\text{cm},$$



③当 $10 < t \leq 11$ 时, P, Q 均在 BC 上,

$$\therefore |BP - BQ| = |t - 5 - (0.5t - 5)| = 0.5t,$$

\therefore 当 $t = 11$ 时, 最大 = 5.5cm ,

\therefore 综上, $t = 11$ 时, $|BP - BQ|$ 最大值为 5.5cm .

29、23 年西附 12 月月考第 24 题

第 19 届亚运会已于 2023 年 9 月 23 日至 10 月 8 日在中国浙江杭州成功举行. 这是党的二十大胜利召开之后我国举办的规模最大、水平最高的国际综合性体育赛事, 举国关注, 举世瞩目. 杭州亚运会三个吉祥物分别取名“琮琤”“宸宸”“莲莲”. 某专卖店购进 A, B 两种杭州亚运会吉祥物礼盒进行销售. A 种礼盒每个进价 160 元, 售价 220 元; B 种礼盒每个进价 120 元, 售价 160 元. 现计划购进两种礼盒共 100 个, 其中 A 种礼盒不少于 60 个. 设购进 A 种礼盒 x 个, 两种礼盒全部售完, 该专卖店获利 y 元.

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 若购进 100 个礼盒的总费用不超过 15000 元, 求最大利润为多少元?

(3) 在 (2) 的条件下, 该专卖店对 A 种礼盒以每个优惠 m ($0 < m < 20$) 元的价格进行优惠促销活动, B 种礼盒每个进价减少 n 元, 售价不变, 且 $m - n = 4$, 若最大利润为 4900 元, 请直接写出 m 的值.

解析 解: (1) 由题意得: $y = (220 - 160)x + (160 - 120) \times (100 - x) = 20x + 4000$,

$\therefore y$ 与 x 之间的函数关系式为 $y = 20x + 4000$;

(2) 由题意得: $\begin{cases} x \geq 60 \\ 160x + 120(100 - x) \leq 15000 \end{cases}$,

$$\therefore 60 \leq x \leq 75,$$

$$\therefore y = 20x + 4000 \text{ 中, } 20 > 0,$$

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大,

$$\therefore \text{当 } x = 75 \text{ 时, } y \text{ 有最大值, 最大值} = 20 \times 75 + 4000 = 5500(\text{元}),$$

\therefore 最大利润为 5500 元;

$$(3) \because m - n = 4,$$

$$\therefore n = m - 4,$$

由题意得: $y = (220 - 160 - m)x + (160 - 120 + n)(100 - x)$

$$= (60 - m)x + (40 + n) \times 100 - (40 + n)x$$

$$= (24 - 2m)x + 100m + 3600.$$

$$\because 60 \leq x \leq 75, 0 < m < 20,$$

$$\therefore \text{当 } 0 < m < 12 \text{ 时, } 24 - 2m > 0,$$

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大,

$$\therefore \text{当 } x = 75 \text{ 时, } y_{\text{最大}} = (24 - 2m) \times 75 + 100m + 3600 = 4900,$$

$\therefore m = 10$, 符合题意;

$$\text{当 } m = 12 \text{ 时, } y = 100 \times 12 + 3600 = 4800 \neq 4950, \text{ 不合题意};$$

$$\text{当 } 12 < m < 20 \text{ 时, } 24 - 2m < 0,$$

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小.

$$\therefore \text{当 } x = 60 \text{ 时, } y_{\text{最大}} = (24 - 2m) \times 60 + 100m + 3600 = 4900,$$

$\therefore m = 7$, 不合题意, 舍去.

综上, $m = 10$.

30、23 年西附 12 月月考第 25 题

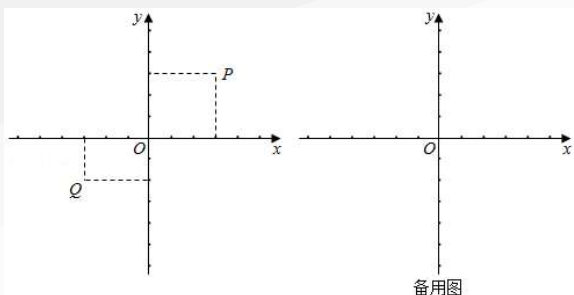
在平面直角坐标系 xOy 中, 对于 P, Q 两点给出如下定义: 若点 P 到 x, y 轴的距离中的最大值等于点 Q 到 x, y 轴的距离中的最大值, 则称 P, Q 两点为“等距点”. 下图中的 P, Q 两点即为“等距点”.

(1) 已知点 A 的坐标为 $(-3, 1)$,

①在点 $E(0, 3), F(3, -3), G(2, -5)$ 中, 为点 A 的“等距点”的是 E, F ;

②若点 B 的坐标为 $B(m, m + 6)$, 且 A, B 两点为“等距点”, 则点 B 的坐标为 ;

(2) 若 $T_1(-1, -k-3)$, $T_2(4, 4k-3)$ 两点为“等距点”, 求 k 的值.



解析 解: (1) ① \because 点 $A(-3, 1)$ 到 x 、 y 轴的距离中最大值为 3,
 \therefore 与 A 点是“等距点”的点是 E 、 F .

② 当点 B 坐标中到 x 、 y 轴距离其中至少有一个为 3 的点有 $(3, 9)$ 、 $(-3, 3)$ 、 $(-9, -3)$,
 这些点中与 A 符合“等距点”的是 $(-3, 3)$.

故答案为① E 、 F ; ② $(-3, 3)$;

(2) $T_1(-1, -k-3)$, $T_2(4, 4k-3)$ 两点为“等距点”,

① 若 $|4k-3| \leq 4$ 时, 则 $4 = -k-3$ 或 $-4 = -k-3$ 解得 $k = -7$ (舍去) 或 $k = 1$.

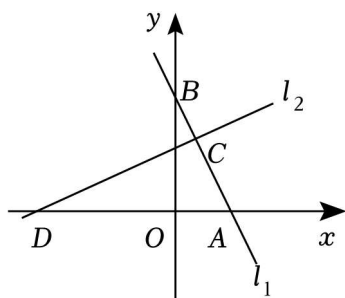
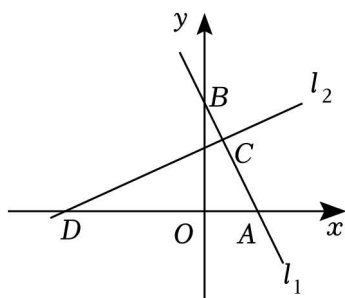
② 若 $|4k-3| > 4$ 时, 则 $|4k-3| = |-k-3|$ 解得 $k = 2$ 或 $k = 0$ (舍去).

根据“等距点”的定义知, $k = 1$ 或 $k = 2$ 符合题意.

即 k 的值是 1 或 2.

31、23 年西附 12 月月考第 26 题

如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $l_1: y = -2x + 6$ 交 x 轴于点 A , 交 y 轴于点 B , 点 $C(m, 4)$ 在直线 l_1 上, 直线 l_2 经过点 C 和点 $D(-7, 0)$.



备用图

(1) 求直线 l_2 的函数表达式;

(2) Q 是直线 l_2 上一动点, 若 $\angle QAB = \angle ABO$, 求点 Q 的坐标;

(3) 在 x 轴上有一动点 E , 连接 CE , 将 $\triangle CDE$ 沿直线 CE 翻折后, 点 D 的对应点 D' 恰好落在直线 l_1 上, 请求出点 E 的坐标.

解析 解: (1) \because 点 $C(m, 4)$ 在直线 $l_1: y = -2x + 6$ 上,

$$\therefore -2m + 6 = 4,$$

$$\therefore m = 1,$$

$$\therefore C(1, 4).$$

设直线 l_2 的函数表达式为 $y = kx + b$.

\because 点 $C(1, 4)$, $D(-7, 0)$ 在直线 l_2 上, 代入得:

$$\therefore \begin{cases} k + b = 4 \\ -7k + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = \frac{7}{2} \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } l_2 \text{ 的函数表达式为 } y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2};$$

(2) 由直线 $l_1: y = -2x + 6$, 可知 $A(3, 0)$, $B(0, 6)$,

如图1,分以下两种情况讨论:

①当点 Q 在线段 DC 的延长线上时,

$$\because \angle QAB = \angle ABO,$$

$$\therefore OB \parallel AQ,$$

$$\therefore x_Q = x_A = 3,$$

$$\therefore Q_1(3, 5).$$

②当点 Q 在线段 DC 上时,在 y 轴上取一点 M ,使得 $MB = MA$,则 $\angle MAB = \angle ABO$.

$$\because \angle QAB = \angle ABO,$$

\therefore 点 Q 在直线 AM 上.

设 $M(0, a)$,则 $AM = BM = 6 - a$.

在 $Rt\triangle AOM$ 中, $OA^2 + OM^2 = AM^2$,

$$\therefore 3^2 + a^2 = (6 - a)^2 \Rightarrow a = \frac{9}{4}.$$

$$\therefore M\left(0, \frac{9}{4}\right).$$

由 $A(3, 0)$, $M\left(0, \frac{9}{4}\right)$,可得直线 AM 的函数表达式为 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{4}$.

$$\text{联立} \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2} \\ y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases},$$

$$\therefore Q_2(-1, 3).$$

综上所述,点 Q 的坐标为 $(3, 5)$ 或 $(-1, 3)$.

(3) ①当点 E 在点 A 的左侧时,如图2所示.

$$\because A(3, 0), D(-7, 0), C(1, 4),$$

$$\therefore AC = 2\sqrt{5}, CD = 4\sqrt{5}, AD = 10,$$

$$\therefore AC^2 + CD^2 = AD^2,$$

$\therefore \triangle ACD$ 为直角三角形,且 $\angle ACD = 90^\circ$.

\therefore 将 $\triangle CDE$ 沿直线 CE 翻折得到 $\triangle CD'E$,

$$\therefore \angle DCE = \angle D'CE = 45^\circ.$$

以 AC 为直角边作等腰直角 $\triangle ACF$,交射线 CE 于点 F ,构造 $Rt\triangle ACM$,使 $Rt\triangle ACM \cong Rt\triangle FAN$,

则 $AN = CM = 2$, $FN = AM = 4$,

可得 $F(-1, -2)$.

设直线 CF 的函数表达式为 $y = ex + n$.

将 $C(1, 4)$, $F(-1, -2)$ 代入上式,

$$\text{得} \begin{cases} e + n = 4 \\ -e + n = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e = 3 \\ n = 1 \end{cases},$$

\therefore 直线 CF 的函数表达式为 $y = 3x + 1$.

$$\text{令 } y = 3x + 1 = 0, \text{ 则 } x = -\frac{1}{3},$$

$$\therefore E\left(-\frac{1}{3}, 0\right).$$

②当点 E 在点 A 的右侧时,如图3所示. 同理可得: $\angle ACE = 45^\circ$.

以 AC 为直角边作等腰直角 $\triangle ACF$,交直线 CE 于点 F ,构造 $Rt\triangle ACM$,使 $Rt\triangle ACM \cong Rt\triangle FAN$,

可得 $F(7, 2)$.

设直线 CF 的函数表达式为 $y = cx + d$.

将 $C(1, 4)$, $F(7, 2)$ 代入上式,得:

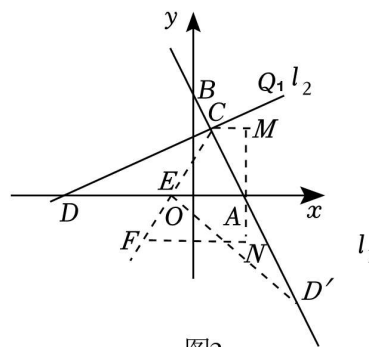
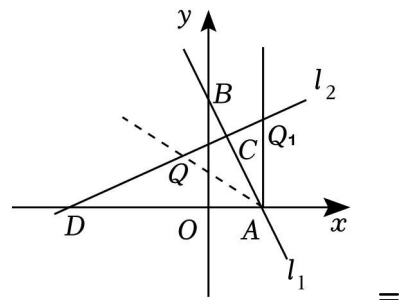


图2

$$\begin{cases} 7c+d=2 \\ c+d=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=-\frac{1}{3} \\ d=\frac{13}{3} \end{cases},$$

∴ 直线 CF 的函数表达式为 $y = -\frac{1}{3}x + \frac{13}{3}$.

$$\text{令 } y = -\frac{1}{3}x + \frac{13}{3} = 0,$$

则 $x = 13$,

∴ $E(13, 0)$.

综上所述, 点 E 的坐标为 $(-\frac{1}{3}, 0)$ 或 $(13, 0)$.

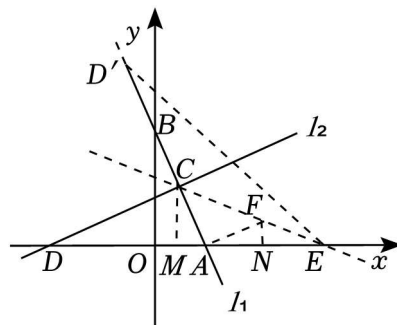


图3

32、23 年立达 12 月月考第 24 题

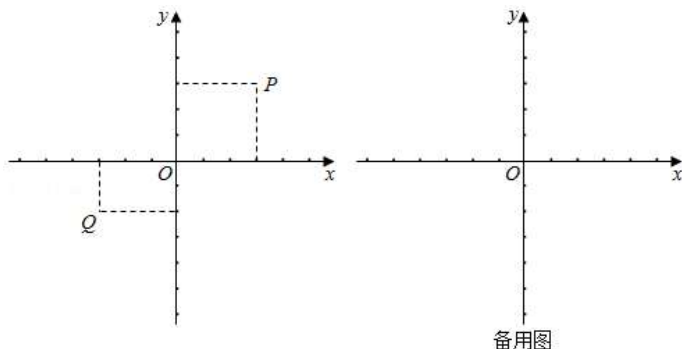
在平面直角坐标系 xOy 中, 对于 P, Q 两点给出如下定义: 若点 P 到 x, y 轴的距离中的最大值等于点 Q 到 x, y 轴的距离中的最大值, 则称 P, Q 两点为“等距点”. 下图中的 P, Q 两点即为“等距点”.

(1) 已知点 A 的坐标为 $(-3, 1)$,

① 在点 $E(0, 3), F(3, -3), G(2, -5)$ 中, 为点 A 的“等距点”的是 E 、 F ;

② 若点 B 的坐标为 $B(m, m+6)$, 且 A, B 两点为“等距点”, 则点 B 的坐标为 ;

(2) 若 $T_1(-1, -k-3), T_2(4, 4k-3)$ 两点为“等距点”, 求 k 的值.



备用图

答案 (1) ① E, F ; ② $(-3, 3)$;

(2) 1 或 2

解析 解: (1) ① ∵ 点 $A(-3, 1)$ 到 x, y 轴的距离中最大值为 3,

∴ 与 A 点是“等距点”的点是 E, F .

② 当点 B 坐标中到 x, y 轴距离其中至少有一个为 3 的点有 $(3, 9), (-3, 3), (-9, -3)$,

这些点中与 A 符合“等距点”的是 $(-3, 3)$.

故答案为① E, F ; ② $(-3, 3)$;

(2) $T_1(-1, -k-3), T_2(4, 4k-3)$ 两点为“等距点”,

① 若 $|4k-3| \leq 4$ 时, 则 $4 = -k-3$ 或 $-4 = -k-3 \Rightarrow k = -7$ (舍去) 或 $k = 1$.

② 若 $|4k-3| > 4$ 时, 则 $|4k-3| = |-k-3| \Rightarrow k = 2$ 或 $k = 0$ (舍去).

根据“等距点”的定义知, $k = 1$ 或 $k = 2$ 符合题意.

即 k 的值是 1 或 2.

33、23 年立达 12 月月考第 25 题

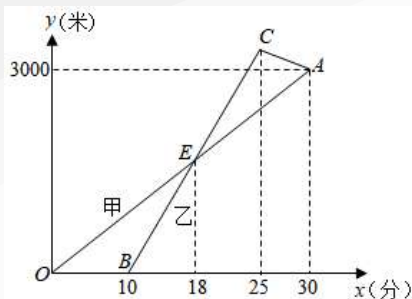
某校的甲、乙两位老师住同一个小区, 该小区与学校相距 3000 米. 甲从小区步行去学校, 出发 10 分钟后乙才出发, 乙从小区先骑公共自行车, 途经学校又骑行若干米到达还车点, 立即步行走向学校, 结果甲、乙两位老师同时到了学校. 设甲步行的时间为 x (分), 图中线段 OA 和折线 $B-C-A$ 分别表示甲、乙与小区的距离 y (米) 与甲的步行时间 x (分) 的函数关系的图象, 根据图象解答下列问题:

(1) 乙出发时甲离开小区的路程为 1000 米;

(2) 求乙骑公共自行车和乙步行的速度分别为每分钟多少米?

(3) 当 $10 \leq x \leq 25$ 时, 求乙与小区的距离 y 与 x 的函数关系式;

(4) 直接写出乙与小区相距 3150 米时, 乙用时 14 或 18 分钟.



答案 (1) 1000

(2) 75(米/分钟)

(3) $y = 225x - 2250$

(4) 14 或 18

解析 解: (1) 由题意, 得甲步行的速度为: $3000 \div 30 = 100$ (米/分钟),

因为甲从小区步行去学校, 出发 10 分钟后乙才出发,

所以出发时甲离开小区的路程为: $100 \times 10 = 1000$ (米),

故答案为: 1000;

(2) 根据题意, 得乙骑公共自行车的速度为:

$100 \times 18 \div (18 - 10) = 225$ (米/分钟),

$225 \times (25 - 10) = 3375$ (米),

所以点 C 的坐标为 (25, 3375),

故乙步行的速度为: $(3375 - 3000) \div (30 - 25) = 75$ (米/分钟);

(3) 当 $10 \leq x \leq 25$ 时, 设乙与小区的距离 y 与 x 的函数关系式为 $y = kx + b$,

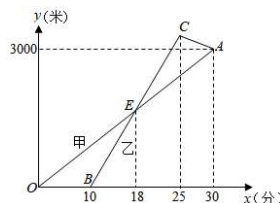
$$\text{则 } \begin{cases} 10k + b = 0 \\ 25k + b = 3375 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 225 \\ b = -2250 \end{cases}$$

所以当 $10 \leq x \leq 25$ 时, 乙与小区的距离 y 与 x 的函数关系式为 $y = 225x - 2250$;

(4) 乙与小区相距 3150 米时, 乙用时为: $3150 \div 225 = 14$ (分钟)

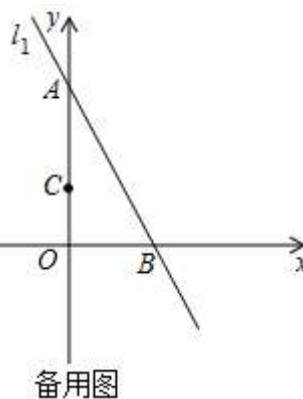
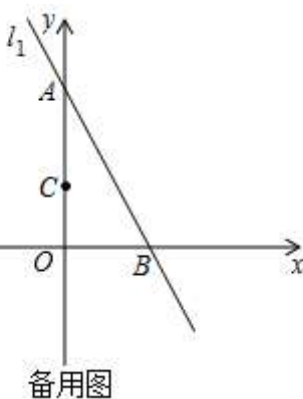
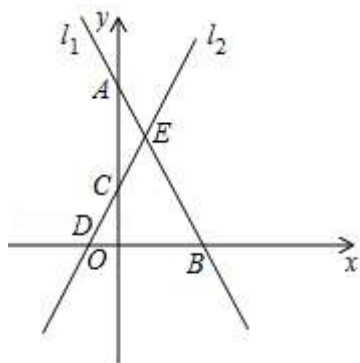
或 $15 + (3375 - 3150) \div 75 = 18$ (分钟),

故答案为: 14 或 18.



34、23 年立达 12 月月考第 26 题

在平面直角坐标系中, 直线 $l_1: y = -2x + 6$ 与坐标轴交于 A, B 两点, 直线 $l_2: y = kx + 2 (k \neq 0)$ 与坐标轴交于点 C, D .



(1) 求点 A, B 的坐标;

(2) 如图, 当 $k = 2$ 时, 直线 l_1, l_2 与相交于点 E , 求两条直线与 x 轴围成的 $\triangle BDE$ 的面积;

(3) 若直线 l_1, l_2 与 x 轴不能围成三角形, 点 $P(a, b)$ 在直线 $l_2: y = kx + 2 (k \neq 0)$ 上, 且点 P 在第一象限.

①求 k 的值;

②若 $m = a + b$, 求 m 的取值范围 _____.

答案 (1) $A(0, 6)B(3, 0)$

(2) 8

(3) ① $k = -2$ 或 $k = -\frac{2}{3}$; ② $1 < m < 2$ 或 $2 < m < 3$.

解析 解: (1) \because 直线 $l_1: y = -2x + 6$ 与坐标轴交于 A, B 两点,

\therefore 当 $y = 0$ 时, 得 $x = 3$, 当 $x = 0$ 时, $y = 6$;

$\therefore A(0, 6)B(3, 0)$;

(2) 当 $k = 2$ 时, 直线 $l_2: y = 2x + 2 (k \neq 0)$,

$\therefore C(0, 2), D(-1, 0)$,

解 $\begin{cases} y = -2x + 6 \\ y = 2x + 2 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$,

$\therefore E(1, 4)$,

$\therefore \triangle BDE$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$;

(3) ① \because 直线 l_1, l_2 与 x 轴不能围成三角形,

$\therefore l_1, l_2$ 平行或者 l_2 经过 B 点.

当直线 l_1, l_2 平行, $k = -2$,

当直线 l_2 经过 B 点, $3k + 2 = 0, k = -\frac{2}{3}$.

$\therefore k = -2$ 或 $k = -\frac{2}{3}$.

② 当 $k = -2$ 时, 直线 l_2 的解析式: $y = -2x + 2$,

\because 点 $P(a, b)$ 在直线 $l_2: y = -2x + 2 (k \neq 0)$ 上,

$\therefore b = -2a + 2$,

$\therefore m = a + b = a - 2a + 2 = 2 - a$.

\because 且点 P 在第一象限,

$\therefore \begin{cases} a > 0 \\ -2a + 2 > 0 \end{cases}$, 解得: $0 < a < 1$

$\therefore 1 < 2 - a < 2$, 即 $1 < m < 2$.

当 $k = -\frac{2}{3}$ 时, 直线 l_2 的解析式: $y = -\frac{2}{3}x + 2$,

\because 点 $P(a, b)$ 在直线 $l_2: y = -\frac{2}{3}x + 2 (k \neq 0)$ 上,

$\therefore b = -\frac{2}{3}a + 2$,

$\therefore m = a + b = a - \frac{2}{3}a + 2 = \frac{1}{3}a + 2$

\because 且点 P 在第一象限,

$\therefore \begin{cases} a > 0 \\ -\frac{2}{3}a + 2 > 0 \end{cases}$, 解得 $0 < a < 3$,

$\therefore 2 < \frac{1}{3}a + 2 < 3$, 即 $2 < m < 3$

综上所述: m 的取值范围: $1 < m < 2$ 或 $2 < m < 3$.

35、23 年立达 12 月月考第 27 题

(1) 操作思考: 如图 1, 在平面直角坐标系中, 等腰直角 $\triangle ACB$ 的直角顶点 C 在原点, 将其绕着点 O 旋转, 若顶点 A 恰好落在点 $(1, 2)$ 处. 则:

① OA 的长为 _____; ② 点 B 的坐标为 _____. (直接写结果)

(2) 拓展研究: 如图 3, 在直角坐标系中, 点 $B(4, 3)$, 过点 B 作 $BA \perp y$ 轴, 垂足为点 A , 作 $BC \perp x$ 轴, 垂足为点

C, P 是线段 BC 上的一个动点, 点 Q 是直线 $y = 2x - 8$ 上一动点, 存在以点 P 为直角顶点的等腰直角 $\triangle APQ$, 请直接写出点 P 的坐标.

(3) 感悟应用: 如图 3, 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y = -2x - 2$ 的图像交 x 轴于点 A , 交 y 轴于点 B , 若将直线 AB 绕点 B 旋转 45° 后与 x 轴交于点 C , 则点 C 的坐标为 _____. (直接写出答案)

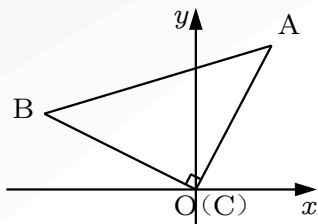


图1

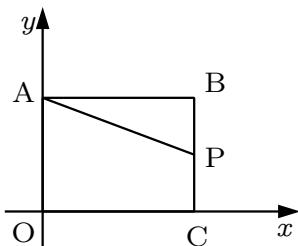


图2

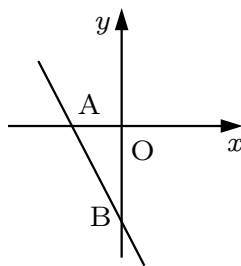


图3

答案 (1) ① $\sqrt{5}$, ② $(-2, 1)$

(2) 见解析.

(3) 见解析.

解析 解: (1) ①如图 1, 作 $BE \perp x$ 轴, $AF \perp x$ 轴,

$$\therefore A(1, 2),$$

$$\therefore OF = 1, AF = 2, OA = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5},$$

故答案为: $\sqrt{5}$;

$$\textcircled{2} \because \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BOE + \angle AOF = 90^\circ, \because \angle BOE + \angle OBE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOF = \angle OBE,$$

$$\therefore \angle BOE = \angle AOF = 90^\circ, AO = OB,$$

$$\therefore \triangle BEO \cong \triangle OFA (AAS),$$

$$\therefore BE = OF = 1, OE = AF = 2,$$

$$\therefore B(-2, 1),$$

故答案为 $(-2, 1)$;

(2) 如图 2, 设 $Q(t, 2t - 8)$, 分两种情况:

①当点 Q 在 x 轴下方时, $Q_1M \parallel x$ 轴, 与 BP 的延长线交于点 Q_1 ,

$$\therefore \angle AP_1Q_1 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AP_1B + \angle Q_1P_1M = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AP_1B + \angle BAP_1 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAP_1 = \angle Q_1P_1M,$$

在 $\triangle AP_1B$ 与 $\triangle P_1Q_1M$ 中,

$$\begin{cases} \angle Q_1MP = \angle P_1BA \\ \angle BAP_1 = \angle MQ_1P_1, \\ AP_1 = P_1Q_1 \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AP_1B \cong \triangle P_1Q_1M (AAS),$$

$$\therefore BP_1 = Q_1M, P_1M = AB = 4,$$

$$\therefore B(4, 3), Q(t, 2t - 8),$$

$$\therefore MQ_1 = 4 - t, BP_1 = BM - P_1M = [3 - (2t - 8)] - 4 = -2t + 7,$$

$$\therefore 4 - t = -2t + 7,$$

解得 $t = 3$,

$$\therefore BP_1 = -2t + 7 = 1,$$

$$\therefore P_1(4, 2);$$

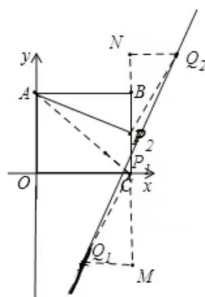


图2

②当点 Q 在 x 轴上方时, $Q_2N \parallel x$ 轴, 与 PB 的延长线交于点 Q_2 ,

同理可证 $\triangle ABP_2 \cong \triangle P_2NQ_2$,

$$\therefore BP_2 = NQ_2, NP_2 = AB = 4,$$

$$\because B(4, 3), Q(t, 2t - 8),$$

$$\therefore NQ_2 = t - 4, BP_2 = P_2N - NB \\ = 4 - (2t - 8 - 3) = 15 - 2t,$$

$$\therefore t - 4 = 15 - 2t,$$

$$\text{解得 } t = \frac{19}{3},$$

$$\text{即 } BP_2 = 15 - 2 \times \frac{19}{3} = \frac{7}{3},$$

$$\therefore P_2 \text{ 的纵坐标为 } 3 - \frac{7}{3} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore P_2(4, \frac{2}{3}),$$

综上, P 的坐标为: $(4, 2)$ 或 $(4, \frac{2}{3})$.

(3)如图 3.1: $BC: y = -\frac{1}{3}x - 2$, 此时 C 点坐标为 $(-6, 0)$

如图 3.2: $BC: y = 3x - 2$, 此时 C 点坐标为 $(\frac{2}{3}, 0)$

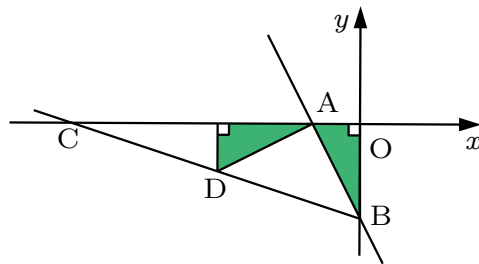


图3.1

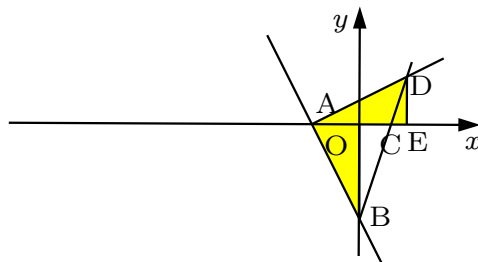


图3.2

36、23 年景范 12 月月考第 22 题

(本题 10 分) 在函数学习中, 我们经历了“确定函数表达式 — 利用函数图象研究其性质 — 运用函数解决问题”的学习过程, 其中我们通过描点或平移的方法画出函数图象. 同时, 我们也学习了绝对值的意义: $|a| =$

$\begin{cases} a(a \geq 0) \\ -a(a \leq 0) \end{cases}$, 因此可以画出如图 1 所示的函数 $y = |x|$ 的图象. 结合上面经历的学习过程, 现在来解决下面的问题:

题: 在函数 $y = |kx - 2| + b$ 中, 当 $x = 0$ 时, $y = -2$; 当 $x = 2$ 时, $y = -4$.

(1) 求这个函数的表达式;

(2) 请在图 2 的平面直角坐标系中, 画出这个函数的图象并写出这个函数的一条性质;

(3) 已知函数 $y = \frac{1}{3}x - 2$ 的图象如图所示, 结合 (2) 中所画的函数图象, 直接写出不等式 $|kx - 2| + b < \frac{1}{3}x - 2$ 的解集_____.

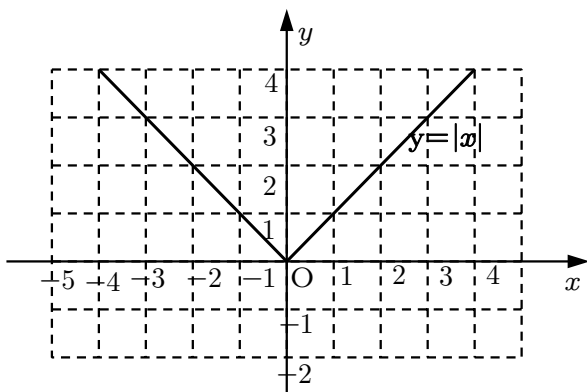


图1

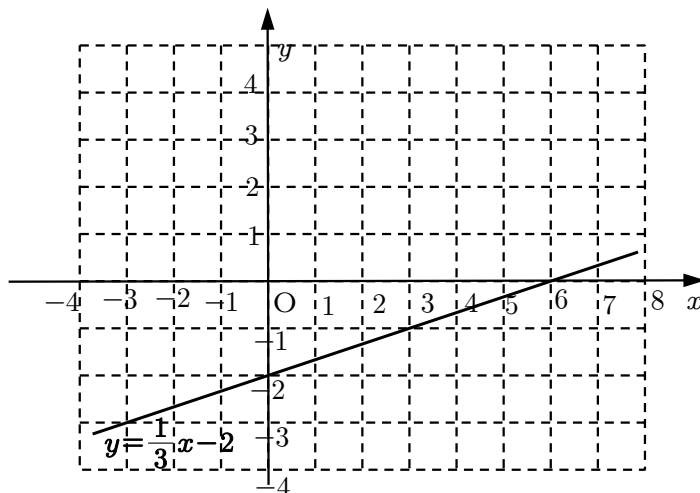


图2

答案 (1) $y = |x - 2| - 4$;

(2) 见解答过程; 性质:

① 当 $x = 2$ 时, 函数有最小值 -4 ;

② 当 $x > 2$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而增大;

③ 当 $x < 2$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而减小;

(3) $0 < x < 6$.

解析 解: (1) 将 $x = 0, y = -2$ 和 $x = 2, y = -4$ 分别代入 $y = |kx - 2| + b$ 中,

$$\begin{cases} |-2| + b = -2 \\ |2k - 2| + b = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 1 \\ b = -4 \end{cases}$$

\therefore 这个函数的表达式是 $y = |x - 2| - 4$;

(2) 函数图象如图 2

函数的性质:

① 当 $x = 2$ 时, 函数有最小值 -4 ;

② 当 $x > 2$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而增大;

③ 当 $x < 2$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而减小;

(3) 由图可得, 不等式 $|kx - 2| + b < \frac{1}{3}x - 2$ 的

解集为 $0 < x < 6$.

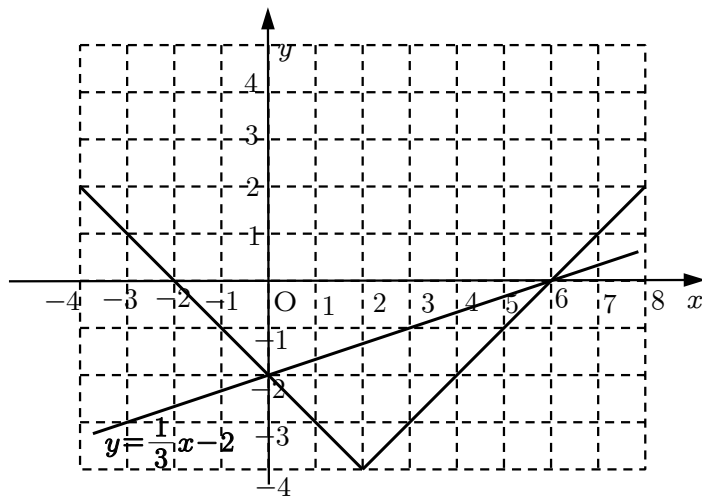


图 2

37、23 年景范 12 月月考第 23 题

(本题 10 分) 如图 (1) 所示, 在 A, B 两地间有一车站 C , 一辆汽车从 A 地出发经 C 站匀速驶往 B 地. 如图 (2) 是汽车行驶时离 C 站的路程 y (千米) 与行驶时间 x (小时) 之间的函数关系的图象.

(1) 填空: $a = \underline{\hspace{2cm}}$ km, AB 两地的距离为 $\underline{\hspace{2cm}}$ km;

(2) 求线段 PM, MN 所表示的 y 与 x 之间的函数表达式

(3) 当行驶时间 x 范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 时, 小汽车离车站 C 的路程不超过 60 千米?

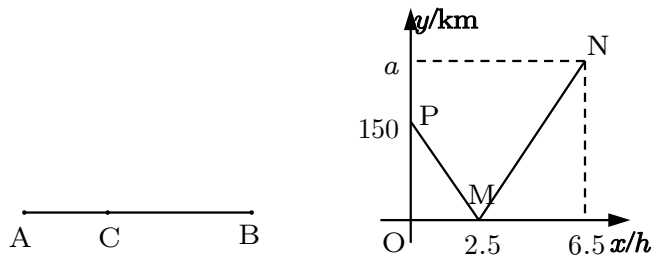


图 (1)

图 (2)

答案 (1) 240, 390

(2) 见解析

(3) $1.5h \leq x \leq 3.5h$

解析 解: (1) 由题意和图象可得,

$$a = \frac{150}{2.5} \times 4 = 240 \text{ 千米,}$$

A, B 两地相距: $150 + 240 = 390$ 千米,

故答案为: 240, 390

(2) 由图象可得, A 与 C 之间的距离为 150km

汽车的速度 $\frac{150}{2.5} = 60\text{km/h}$,

PM 所表示的函数关系式为: $y_1 = 150 - 60x$ ($0 \leq x \leq 2.5$)

MN 所表示的函数关系式为: $y_2 = 60x - 150$ ($2.5 \leq x \leq 6.5$)

(3) 由 $y_1 = 60$ 得 $150 - 60x = 60$, 解得: $x = 1.5$

由 $y_1 = 60$ 得 $60x - 150 = 60$, 解得: $x = 3.5$

由图象可知当行驶时间满足: $1.5h \leq x \leq 3.5h$, 小汽车离车站 C 的路程不超过 60 千米.

38、23 年景范 12 月月考第 24 题

(本题 10 分) 如图, 平面直角坐标系中, 直线 $AB: y = -\frac{1}{3}x + b$ 交 y 轴于点 $B(0, 1)$, 交 x 轴于点 A . 以线段 AB 为直角边在第一象限内作等腰 $Rt\triangle ABC$, $\angle BAC = 90^\circ$

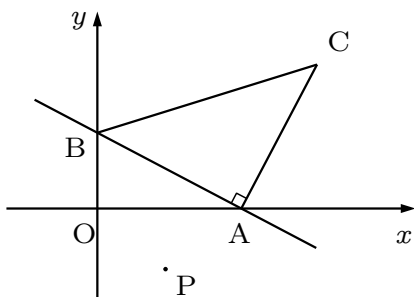
(1) 求直线 AB 的解析式和点 A 的坐标;

(2) 点 $P(1, a)$ 为坐标系中的一个动点.

① 求出点 C 的坐标.

② 要使得 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABP$ 的面积相等, 求实数 a 的值.

(3) 把直线 AB 绕着点 B 沿着顺时针的方向旋转 45° 交 x 轴于点 E , 则直线 BE 的函数表达式是 _____.



答案 见解析

解析 解(1) 将点 $B(0,1)$ 代入直线 $AB: y = -\frac{1}{3}x + b \Rightarrow b = 1$, 则直线 AB 的解析式为 $y = -\frac{1}{3}x + 1$

当 $y = 0$ 时, $x = 3$, 则点 A 的坐标为 $(3,0)$

(2) ① 如图所示: 过点 C 作 $CD \perp x$ 轴于点 D

易得 $\triangle BOA \cong \triangle ADC \Rightarrow OB = AD = 1, OA = CD = 3$,

所以点 C 的坐标为 $(4,3)$

② 如图所示, 过点 P 作 x 轴的垂线, 并延长交 AB 于点 Q , 连接 PB, PA

Q 点坐标为 $(1, \frac{2}{3})$, $PQ = |\frac{2}{3} - a|$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC = \frac{1}{2} \times \sqrt{3^2 + 1^2} \times \sqrt{3^2 + 1^2} = 5$$

$$\text{由 } S_{\triangle ABP} = S_{\triangle ABC} = 5$$

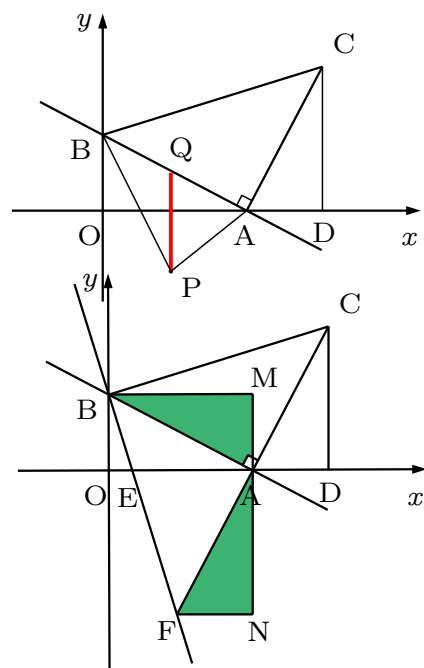
$$S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} \times PQ \times |x_A - x_B| = \frac{1}{2} \times |\frac{2}{3} - a| \times 3 = 5$$

$$a_1 = -\frac{8}{3}, a_2 = 4$$

(3) 如图所示, 过点 B 作 $OB \perp BM, OA \perp AM, OA \perp AN$

易得 $\triangle BMA \cong \triangle AMF \Rightarrow F(2, -3)$

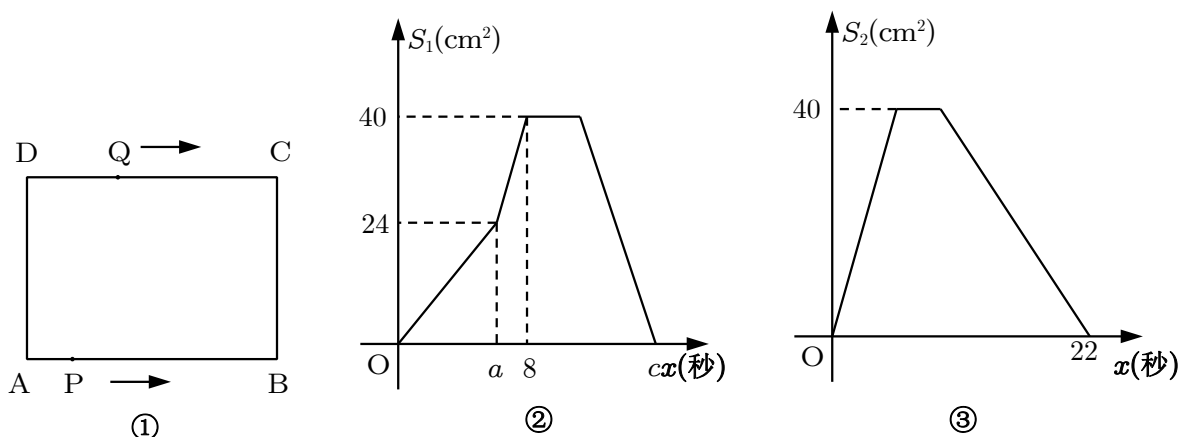
由 $B(0,1), F(2, -3) \Rightarrow$ 直线 BE 的函数表达式: $y = -2x + 1$



39、23 年景范 12 月月考第 25 题

(本题 10 分) 如图①, 在矩形 $ABCD$ 中 $AB=10\text{cm}$, $BC=8\text{cm}$ 点 P 从 A 出发, 沿 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 路线运动, 到 D 停止; 点 Q 从 D 出发, 沿 $D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ 路线运动, 到 A 停止, 若点 P 、点 Q 同时出发, 点 P 的速度为每秒 1cm , 点 Q 的速度为每秒 2cm , a 秒时点 P 、点 Q 同时改变速度, 点 P 的速度变为每秒 $b\text{cm}$, 点 Q 的速度变为每秒 $d\text{cm}$. 图②是点 P 出发 x 秒后 $\triangle APD$ 的面积 $S_1(\text{cm}^2)$ 与 x (秒) 的函数关系图象; 图③是点 Q 出发 x 秒后 $\triangle AQD$ 的面积 $S_2(\text{cm}^2)$ 与 x (秒) 的函数关系图象.

- (1) 参照图②, 求 a 、 b 及图②中 c 的值;
- (2) 求 d 的值;
- (3) 设点 P 离开点 A 的路程为 $y_1(\text{cm})$, 点 Q 到点 A 还需走的路程为 $y_2(\text{cm})$, 请分别写出动点 P 、 Q 改变速度后 y_1 、 y_2 与出发后的运动时间 x (秒) 的函数关系式, 并求出 P 、 Q 相遇时 x 的值.
- (4) 当点 Q 出发 _____ 秒时, 点 P 、点 Q 在运动路线上相距的路程为 25cm .



答案 (1) $a=6$ (秒), $b=2$ (厘米/秒), $c=17$ (秒)

(2) $d=1$ (厘米/秒);

(3) $\frac{28}{3}$

(4) 1 或 19

解析 解: (1) 观察图②得 $S_{\triangle APD} = \frac{1}{2} PA \cdot AD = \frac{1}{2} \times 1 \times a \times 8 = 24$,

$$\therefore a=6(\text{秒}), b = \frac{10-1 \times 6}{8-6} = 2(\text{厘米/秒}), c = 8 + \frac{10+8}{2} = 17(\text{秒});$$

(2) 依题意得: $(22-6)d = 28-12$,

解得 $d=1$ (厘米/秒);

(3) $\because a=6, b=2$, 动点 P 、 Q 改变速度后 y_1 、 y_2 与出发后的运动时间 x (秒) 的函数关系式为:

$$y_1 = 6 + 2(x-6) = 2x-6, y_2 = 28 - [12 + 1 \times (x-6)] = 22-x,$$

依题意得 $2x-6 = 22-x$,

$$\therefore x = \frac{28}{3}(\text{秒});$$

(4) 当点 Q 出发 17 秒时, 点 P 到达点 D 停止运动, 点 Q 还需运动 2 秒, 即共运动 19 秒时, 可使 P 、 Q 这两点在运动路线上相距的路程为 25cm . 点 Q 出发 1s, 则点 P 、 Q 相距 25cm , 设点 Q 出发 x 秒, 点 P 、点 Q 相距 25cm ,

$$\text{则 } 2x + x = 28 - 25,$$

解得 $x=1$.

当点 P 到达终点, 点 Q 运动 19 秒, 点 P 、点 Q 在运动路线上相距的路程为 25cm ,

\therefore 当点 Q 出发 1 或 19 秒时, 点 P 、点 Q 在运动路线上相距的路程为 25cm .

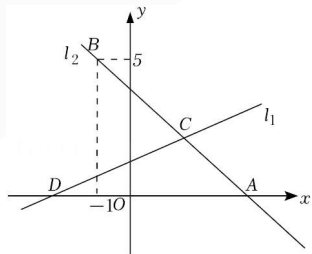
故答案为: 1 或 19.

40、23年草桥12月月考第24题

如图,直线 $l_1: y = kx + 1$ 与 x 轴交于点 D , 直线 $l_2: y = -x + b$ 与 x 轴交于点 A , 且经过定点 $B(-1, 5)$, 直线 l_1 与 l_2 交于点 $C(2, m)$.

(1) 填空: $k = \underline{\hspace{1cm}}$; $b = \underline{\hspace{1cm}}$; $m = \underline{\hspace{1cm}}$;

(2) 动点 P 从点 D 开始沿着射线 DC 方向运动, 连接 AP , 若 $\triangle ACP$ 和 $\triangle ADP$ 的面积比为 $1:3$, 求点 P 的坐标.



答案 (1) $\frac{1}{2}, 4, 2$

(2) P 的坐标 $(1, \frac{3}{2})$ 或 $(4, 3)$.

解析 解: (1) \because 直线 $l_2: y = -x + b$ 与 x 轴交于点 A , 且经过定点 $B(-1, 5)$,

$$\therefore 5 = 1 + b \Rightarrow b = 4,$$

$$\therefore \text{直线 } l_2: y = -x + 4,$$

$$\because \text{直线 } l_2: y = -x + 4 \text{ 经过点 } C(2, m),$$

$$\therefore m = -2 + 4 = 2 \Rightarrow C(2, 2),$$

$$\text{把 } C(2, 2) \text{ 代入 } y = kx + 1, \text{ 得到 } k = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore k = \frac{1}{2}, b = 4, m = 2.$$

故答案为: $\frac{1}{2}, 4, 2$;

(2) \because 点 P 在射线 DC 上从点 D 开始运动, 直线 $l_1: y = \frac{1}{2}x + 1$,

$$\therefore C(2, 2), D(-2, 0),$$

$$\therefore CD = \sqrt{(2+2)^2 + 2^2} = 2\sqrt{5},$$

分两种情况: ① 点 P 在线段 DC 上,

$$\because \triangle ACP \text{ 和 } \triangle ADP \text{ 的面积比为 } 1:3,$$

$$\therefore \frac{CP}{DP} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{DP}{CD} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore DP = \frac{3}{4} \times 2\sqrt{5} = \frac{3\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore P \text{ 的坐标 } (1, \frac{3}{2})$$

② 点 P 在线段 DC 的延长线上,

$$\because \triangle ACP \text{ 和 } \triangle ADP \text{ 的面积比为 } 1:3,$$

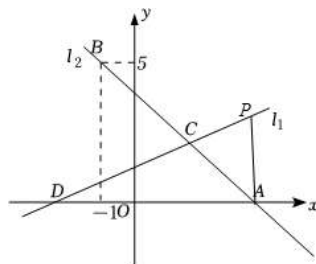
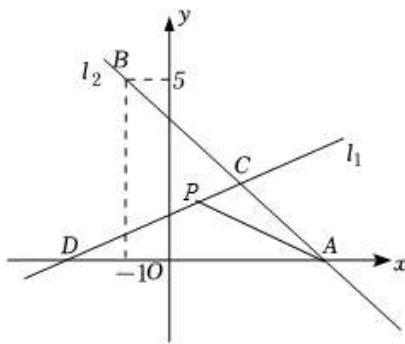
$$\therefore \frac{CP}{DP} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{DP}{CD} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore DP = \frac{3}{2} \times 2\sqrt{5} = 3\sqrt{5},$$

$$\therefore P \text{ 的坐标 } (4, 3)$$

综上: 存在 t 的值, 使 $\triangle ACP$ 和 $\triangle ADP$ 的面积比为 $1:3$, P 的坐标 $(1, \frac{3}{2})$ 或 $(4, 3)$.



41、23 年草桥 12 月月考第 25 题

已知四边形 $OABC$ 是边长为 4 的正方形, 分别以 OA 、 OC 所在的直线为 x 轴、 y 轴, 建立如图 1 所示的平面直角坐标系, 直线 l 经过 A 、 C 两点.

(1) 求直线 l 的函数表达式;

(2) 如图 2, 若点 D 是 OC 的中点, E 是直线 l 上的一个动点, 求使 $OE + DE$ 取得最小值时点 E 的坐标.

(3) 如图 3, 过点 O 作 AC 的垂线, 垂足为点 M , 点 P 是直线 l 上的一个点, 点 Q 是 y 轴上的一个点, 以 O 、 P 、 Q 为顶点的三角形与 $\triangle OMP$ 全等, 请直接写出所有符合条件的点 P 的坐标

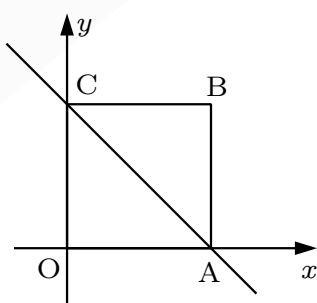


图1

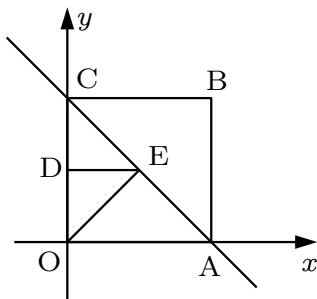


图2

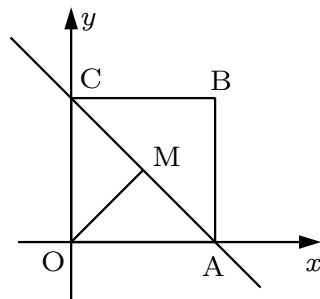


图3

解析 解: (1) 设直线 l 的函数表达式 $y = kx + b (k \neq 0)$, 经过 $A(4, 0)$ 和 $C(0, 4)$ 得 $\begin{cases} 0 = 4k + b \\ 4 = b \end{cases}$,

$$\text{解之得 } \begin{cases} k = -1 \\ b = 4 \end{cases},$$

\therefore 直线 l 的函数表达式 $y = -x + 4$;

(2) $\because O$ 与 B 关于直线 l 对称,

\therefore 连接 DB , 交 AC 于点 E , 则点 E 为所求, 此时 $OE + DE$ 取得最小值,

设 DB 所在直线为 $y = k_1x + b_1 (k_1 \neq 0)$, 经过点 $D(0, 2)$ 、 $B(4, 4)$

$$\begin{cases} 4 = 4k_1 + b_1 \\ 2 = b_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_1 = \frac{1}{2} \\ b_1 = 2 \end{cases}$$

\therefore 直线 DB 为 $y = \frac{1}{2}x + 2$,

$$\text{解方程组: } \begin{cases} y = -x + 4 \\ y = \frac{1}{2}x + 2 \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = \frac{8}{3} \end{cases},$$

\therefore 点 E 的坐标为 $(\frac{4}{3}, \frac{8}{3})$.

(3) 如图 4, $PM = PQ$, $\angle PQO = \angle PMO = 90^\circ$

$\because PQ = CQ = PM$, 设 $PQ = CQ = PM = x$

$\therefore CP + PM = 2\sqrt{2}$

$$x + \sqrt{2}x = 2\sqrt{2} \Rightarrow x = 4 - 2\sqrt{2}$$

则 P 点坐标为 $(4 - 2\sqrt{2}, 3)$

如图 5, $PQ = OM = 2\sqrt{2}$

此时 $\triangle OMP \cong \triangle PQO$

则 P 点坐标为 $(-2\sqrt{2}, 4 + 2\sqrt{2})$

如图 6, $PQ = OM = 2\sqrt{2}$

此时 $\triangle OMP \cong \triangle PQO$

则 P 点坐标为 $(2\sqrt{2}, 4 - 2\sqrt{2})$

如图 7, $OQ = OM = 2\sqrt{2}$

此时 $\triangle OMP \cong \triangle OQP$

则 P 点坐标为 $(4 + 2\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$

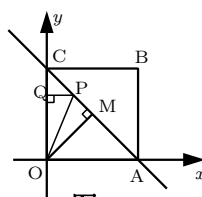
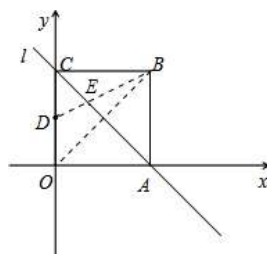


图4

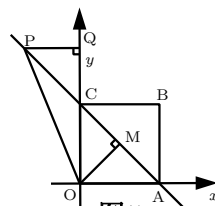


图5

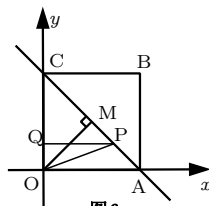


图6

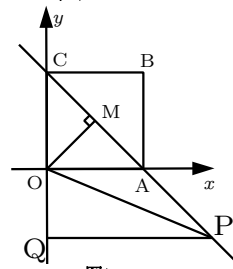


图7

综上所述:则 P 点坐标为 $(4-2\sqrt{2}, 3), (-2\sqrt{2}, 4+2\sqrt{2}), (2\sqrt{2}, 4-2\sqrt{2}), (4+2\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$.